

THÈSES

présentées à la faculté des Sciences de l'Université
de Nancy pour obtenir le grade
de Docteur-Ingénieur

par

Jean-Claude LOEWENSTEIN

1^{ère} THÈSE

Contribution à l'étude de la propagation des ondes ultrasonores dans un milieu
hétérogène constitué par des microbilles immergées dans un liquide.

2^{ème} THÈSE

Bilan actuel des théories de la sustentation par effet de sol.

Soutenues le 29 octobre 1964 devant la Commission d'examen.

Président..... M. J.-F. BARRIOL

Examineurs { MM. R. GUILLIEN
M. PLAN



Digitized by the Internet Archive
in 2026

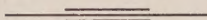
https://archive.org/details/IA41555808_0018

THÈSES

présentées à la faculté des Sciences de l'Université
de Nancy pour obtenir le grade
de Docteur-Ingénieur

par

Jean-Claude LOEWENSTEIN



1^{ère} THÈSE

Contribution à l'étude de la propagation des ondes ultrasonores dans un milieu
hétérogène constitué par des microbilles immergées dans un liquide.

2^{ème} THÈSE

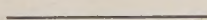
Bilan actuel des théories de la sustentation par effet de sol.

Soutenues le 29 octobre 1964 devant la Commission d'examen.



Président..... M. J.-F. BARRIOL

Examineurs { MM. R. GUILLIEN
M. PLAN



UNIVERSITE DE NANCY - FACULTE DES SCIENCES

Doyen : M. AUBRY

Assesseur : M. GAY

Doyens honoraires : MM. CORNUBERT - DELSARTE - URION - ROUBAULT -

Professeurs honoraires : MM. CROZE - RAYBAUD - LAFFITTE - LERAY -
JOLY - LAPORTE - EICHHORN - CAPELLE - GODEMENT - DUBREIL - L. SCHWARTZ -
DIEUDONNE - DE MALLEMANN - LONGCHAMBON - LETORT - DODE - GAUTHIER -
GOUDET - OLMER - CORNUBERT - CHAPELLE - GUERIN - CHEVALLIER - WAHL -HERVE-

Maîtres de conférences honoraires : MM. AUBRY - LIENHART -PIERRET-

- PROFESSEURS -

MM.

URION	Chimie biologique	SCHWARTZ	Exploit. minière
DELSARTE	Analyse supérieure	GAYET	Physiologie
ROUBAULT	Géologie	MANGENOT	Phytopathologie
VEILLET	Biologie animale	MALAPRADE	Chimie
ECHEVIN	Botanique	HADNI	Physique
BARRIOL	Chimie théorique	BONVALET	Mécanique physique
BIZETTE	Physique	KERN	Minéralogie
GUILLIEN	Electronique	BASTICK	Chimie
GIBERT	Chimie physique	DUCHAUFOUR	Pédologie
LEGRAS	Mécanique rationnelle	NEEL	Chimie ind. organ.
BOLFA	Minéralogie	GARNIER	Agronomie
NICLAUSE	Chimie	WEPPE	Minéralogie appli.
FAIVRE	Physique Appliquée	BERNARD	Géologie appliquée
AUBRY	Chimie minérale	CHAMPIER	Physique
DUVAL	Chimie	REGNIER	Physico-chimie
COPPENS	Radiogéologie	GAY	Chimie biologique
FRUHLING	Physique	WERNER	Botanique
SUHNER	Physique expérimentale	CONDE	Zoologie
HILLY	Géologie	STEPHAN	Zoologie
LE GOFF	Génie chimique	EYMARD	Cal. Dif. et Int.
CHAPON	Chimie biologique	LEVISALLES	Chimie organique
HEROLD	Chimie industrielle	N.....	Physique
		N.....	MMP

- MAITRES DE CONFERENCES ET PROFESSEURS SANS CHAIRE -

MM.

GOSSE	Génie chimique	Mme HERVE	Math.(propédeutique)
ROCCI	Géologie	AUROUZE	Géologie
VUILLAUME	Psychophysiologie	MARI	Chimie I.S.I.N.
Mme BASTICK	Chimie M.P.C. Epinal	LAFON	Physique I.S.I.N.
GUDEFIN	Physique	FELDEN	Physique Theo.&Nucl.
HORN	Physique	FLECHON	M.P.C. Epinal
FRENTZ	Biologie animale	VIGNES	Physique (Mines)
		Melle HUET	Math. (S.P.C.N.)
		JANOT	M.P.C. Epinal
		N.....	Mécanique physique

SECRETAIRE PRINCIPAL : C. CARON

CONTRIBUTION A L'ETUDE
DE LA PROPAGATION DES ONDES ULTRASONORES
DANS UN MILIEU HETEROGENE CONSTITUE
PAR DES MICROBILLES IMMERGEES
DANS UN LIQUIDE

o o

o

Ce travail a été effectué au Laboratoire d'Electronique de l'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE d'ELECTRICITE ET DE MECANIQUE de NANCY.

Je suis particulièrement heureux de pouvoir remercier ici Mademoiselle GAULARD, Maître-Assistant à l'E.N.S.E.M., pour l'aide constante qu'elle m'a apportée au cours de ces travaux, en me prodiguant ses conseils et en me faisant profiter pleinement de son expérience. Qu'elle veuille bien trouver, dans ces quelques mots, l'expression de ma profonde gratitude et de ma vive reconnaissance.

Qu'il me soit permis de remercier également Monsieur GUILLIEN, Professeur à la Faculté des Sciences, Directeur de l'E.N.S.E.M., qui n'a cessé de porter intérêt à l'évolution de ce travail; Mr BARRIOL et Mr PLAN, qui ont bien voulu accepter de faire partie du jury, malgré un horaire chargé ou l'éloignement dû à de nouvelles fonctions.

Je remercie Mademoiselle CLAUDON, Maître-Assistant à l'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES INDUSTRIES CHIMIQUES, pour les nombreux renseignements d'ordre chimique qu'elle m'a fournis, Mr GAULT, Chef de Travaux à l'E.N.S.I.C., qui m'a aidé dans la recherche de billes en matière plastique, Mr ROBERT, Maître-Assistant à l'E.N.S.E.M., qui s'est constamment intéressé à mon travail et m'a prodigué de nombreux conseils.

Je n'oublierai pas non plus de remercier Mr CLAUZADE, Aide de Laboratoire à l'E.N.S.E.M. pour sa complaisance et sa collaboration efficace.

Mes remerciements vont également :

A l'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE GEOLOGIE, dont les laboratoires m'ont permis de tamiser des microbilles et à la Société Lorraine de Laminage continu, qui a bien voulu m'accorder une subvention.

Enfin, je remercie tous mes camarades et le personnel de l'ENSEM pour l'ambiance amicale que l'on trouve toujours auprès d'eux.

Que tous veuillent bien accepter qu'en témoignage de ma reconnaissance je leur dédie ce travail.

R E S U M E

Nous nous sommes proposés, dans ce travail, d'étudier systématiquement l'influence de plusieurs paramètres sur la propagation d'une onde ultrasonore dans un milieu à structure granulaire. Nous avons, pour cela, utilisé un modèle commode de milieu hétérogène, constitué par des microbilles immergées dans un liquide. Les paramètres étudiés sont successivement : le diamètre moyen des billes, la célérité propre au liquide interstitiel, le tassement des billes, les masses spécifiques respectives des billes et du liquide.

Pour les microbilles, nous avons utilisé comme matériaux du verre et du polystyrène ; le diamètre de ces particules était compris entre 0,1 et 1,2 mm. Pour les liquides, nous avons employé de l'eau distillée, de l'alcool éthylique, des mélanges d'alcool et de glycérol, du pentane et du tétrachlorure de carbone.

Les essais ont été réalisés avec un générateur ULTRASONIC, travaillant par impulsions aux fréquences ultrasonores de 0,5 et 1 MHz, en employant la méthode de sondage par transmission. Dans chaque cas, nous avons mesuré simultanément l'absorption et la célérité de l'onde ultrasonore à travers le milieu complexe.

Nos expériences nous ont conduit au résultat suivant : le rapport (λ/d) de la longueur d'onde dans le milieu complexe au diamètre moyen des grains doit être supérieur à une certaine limite, sinon l'atténuation produite par le milieu devient considérable.

Nos différentes mesures ont constamment montré que cette valeur limite était comprise entre 3 et 4.

Nous avons pu retrouver ces résultats par des considérations théoriques, en assimilant la structure complexe à deux types différents de modèles permettant le calcul.

= I N T R O D U C T I O N =

L'examen des travaux antérieurs relatifs à la propagation des ondes ultrasonores dans les matériaux hétérogènes à structure granulaire a attiré notre attention sur l'influence prépondérante de deux paramètres : d'une part le diamètre moyen des grains, d'autre part la longueur d'onde ultrasonore dans le matériau considéré. Nous avons alors jugé intéressant d'étudier systématiquement l'influence de ces deux paramètres sur la propagation des ondes ultrasonores avec un modèle commode de milieu hétérogène : nous reconstituerons un milieu hétérogène artificiel à l'aide de microbilles immergées dans un liquide.

Une onde ultrasonore se propageant dans un milieu déterminé est caractérisée par la perte d'énergie que subit cette onde par unité de longueur de milieu traversé, c'est-à-dire par un coefficient d'absorption, et par sa célérité : tour à tour nous envisagerons le problème de ce double point de vue.

Nous ajouterons quelques remarques concernant l'influence d'autres paramètres tels que la masse spécifique des microbilles, la masse spécifique des liquides, le tassement des billes, sur la propagation des ondes ultrasonores dans le milieu.

TRAVAUX ANTERIEURS

Les travaux concernant l'étude de l'atténuation produite dans les milieux à structure granulaire sont assez peu nombreux; mais ceux concernant l'étude de la célérité le sont encore moins. Nous allons citer à présent les principaux travaux relatifs à ces deux grandeurs.

DE KERVERSEAU, BLETON et BASTIEN (3), au cours du sondage des métaux, ont constaté l'apparition d'anomalies de propagation lorsque la dimension moyenne d des grains était supérieure ou égale à la demi-longueur d'onde λ . Ils en ont déduit l'existence d'un phénomène de résonance se produisant à l'intérieur des grains. La présence de ces anomalies n'étant pas explicable par une anisotropie des propriétés élastiques des grains, ils ont conclu à une influence certaine des joints de grains.

HUNTER, LEGGE et MATSUKAWA (8) ont étudié des échantillons de sable, sec et humide, dans le domaine $d \ll \frac{\lambda}{3}$, mais à des fréquences sonores ou faiblement ultrasonores. Ils ont constaté que la célérité dans un tel milieu augmentait avec le diamètre moyen des grains. Quant à l'atténuation, elle présentait une augmentation linéaire avec d .

BARRON et LAWLEY (1) ont immergé des billes en verre très fines dans différents liquides, pour des diamètres compris dans le domaine $d < \frac{\lambda}{5}$. Ils ont obtenu des résultats d'atténuation en accord avec les données théoriques de SEWELL (16) :

$$2\alpha = k_1 a^3 + \frac{k_2}{a} + \frac{k_3}{a^2}$$

a est le rayon des billes

k_1, k_2, k_3 , sont des constantes dépendant du liquide

α est le coefficient d'absorption.

Le premier terme correspond à la diffusion, tandis que les deux autres rendent compte de l'atténuation produite par la viscosité. En ce qui concerne la célérité, ils ont constaté une faible différence entre celle-ci et la célérité dans le liquide pur (2% environ).

GRUBER et MEISTER (7) ont utilisé, en guise de milieu granulé, une suspension d'oeufs de crevettes; par variation de la fréquence, ils

ont pu explorer le domaine $0,07\lambda < d < 3\lambda$, du seul point de vue de l'atténuation. Ils ont obtenu un maximum d'absorption pour $d \neq \frac{3}{2}\lambda$. Ils ont rapproché ce résultat de celui trouvé par COOK et CHRZANOWSKI, qui ont étudié des sphères de plâtre recouvertes de feutre : le maximum d'atténuation se produisait également pour $d \neq \frac{3}{2}\lambda$.

NAKAMURA (12), étudiant des billes en verre, dans l'air, à des fréquences sonores, dans le domaine $d \ll \lambda$, a observé une diminution de l'atténuation et une augmentation de la célérité quand le diamètre des billes augmentait.

ROTH (15), au cours de l'étude des métaux et alliages, a proposé une relation empirique concernant l'atténuation, pour le domaine $\frac{\lambda}{2} < d < 50\lambda$:

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-9} \frac{f}{d} + K(d)$$

$K(d)$ est une grandeur indépendante de la fréquence.

Toujours à propos de l'étude de l'aluminium et des alliages légers, MASON et MAC SKIMIN (11) par des considérations théoriques, ont pu rendre compte de leurs résultats par la relation suivante :

$$\alpha = \alpha_1 \cdot f + K \cdot d^3 \cdot f^4$$

α_1 est une constante, de l'ordre de
0,65 à $0,845 \cdot 10^{-9}$ Nep/cm/cycle.

K est telle que $Kd^3 = 3,1 \cdot 10^{-28} d^3$ Nep/cm/cycle

Mais cette relation n'est valable que pour le domaine $d < \frac{\lambda}{3}$. Pour le domaine où l'on a $d > 3\lambda$, MASON propose la nouvelle relation suivante :

$$\alpha = \alpha_1 \cdot f + \frac{R^2}{d}$$

R est le coefficient de réflexion de puissance

$$R^2 = \left(\frac{\Delta k}{k} \right)^2$$

k est le module de compression du matériau (grain).

Δk est la variation de k pour une particule dispersante.

RONEY (14) a tenté de relier les deux domaines précédents et, par des considérations théoriques, est parvenu au résultat suivant :

$$\alpha = \alpha_1 \cdot f + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta k}{k} \right)^2 \cdot \frac{1}{d}$$

Il a pu constater que cette valeur était en bon accord avec les résultats expérimentaux.

Signalons enfin la thèse de Melle GAULARD (5) : elle établit, à la suite du sondage de mortiers et d'échantillons d'acier, que l'absorption des ondes ultrasonores dans un matériau dépend toujours des propriétés mécaniques et des qualités élastiques de ce matériau, donc des liaisons intergranulaires. Plus ces qualités mécaniques et élastiques sont bonnes, plus l'absorption est faible. Elle constate par ailleurs qu'à un phénomène d'absorption normal se superpose un second phénomène d'absorption, qui apparaît quand la longueur d'onde ultrasonore devient de l'ordre de grandeur de la dimension moyenne de l'élément de structure. Enfin, elle propose une méthode de raisonnement théorique destinée à rendre compte de ces phénomènes : cette méthode consiste à assimiler la structure granulaire à un milieu feuilleté indéfini.

De ces travaux antérieurs, nous pouvons donc tirer les conclusions suivantes :

- Le diamètre moyen des grains, d, et la longueur d'onde λ dans le milieu étudié exercent une influence très nette sur la propagation des ondes ultrasonores, puisque les résultats sont essentiellement différents selon le domaine où l'on se trouve.

- En ce qui concerne l'absorption :

- Lorsque $d \ll \lambda$, il se produit une dissipation d'énergie qui est, selon la plupart des auteurs, proportionnelle à la fréquence.

- Lorsque $d \neq \lambda$, il se produit des anomalies : la perte d'énergie devient très importante, la transmission devient nulle. La valeur du rapport d/λ correspondant à l'apparition de ces anomalies n'est cependant absolument pas précisée pour le moment.

- En ce qui concerne la célérité, nous pouvons seulement dire qu'elle semble augmenter lorsque le diamètre moyen des grains augmente, ce résultat n'étant d'ailleurs vérifié que pour le domaine $d \ll \frac{\lambda}{3}$.

Avec le modèle que nous avons décidé d'adopter, nous aurons la possibilité d'employer des billes différentes, ce qui nous permettra d'étudier l'influence de leur diamètre et celle de la densité du matériau qui les constitue. En jouant sur la nature du liquide interstitiel, nous pourrons faire varier la longueur d'onde ultrasonore dans le milieu. Nous espérons pouvoir obtenir de cette manière des indications utiles en ce qui concerne la valeur du rapport d/λ pour laquelle les anomalies d'atténuation apparaissent, et l'influence de la nature des "joints de grains", ici constitués par un liquide.

Nous examinerons successivement le principe des mesures et le dispositif expérimental, puis les variations possibles que nous pourrons imposer aux paramètres choisis; nous étudierons alors la propagation des ondes dans le milieu à structure granulaire, et nous essaierons enfin de confronter ces résultats avec quelques considérations théoriques.

C H A P I T R E I

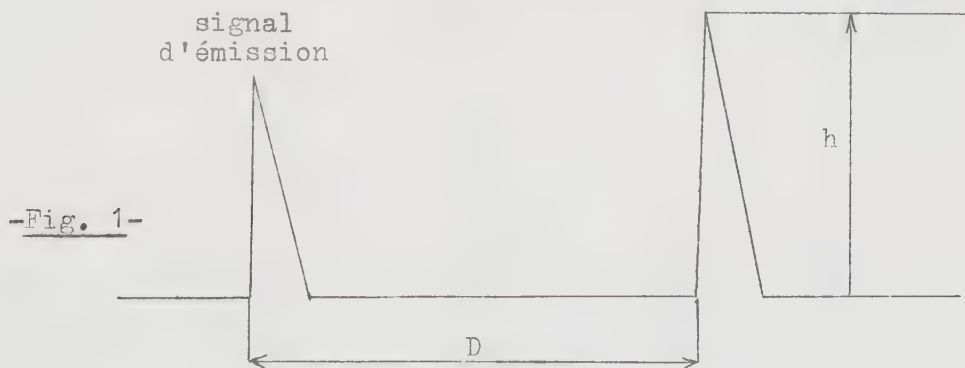
PRINCIPE DES MESURES

ET DISPOSITIF EXPERIMENTAL

I-1-Principe des mesures.

Nos essais ont été effectués avec un générateur ultrasonore du type "Métalloradar" de la Société ULTRASONIC, fonctionnant par impulsions. Les transducteurs sont des céramiques au Titanate de Baryum. L'appareil est conçu pour travailler soit par transmission, soit par réflexion, aux fréquences de 0,5-1-2-3-5-10 MHz.

Pour nos mesures, nous avons adopté la méthode de sondage par transmission, qui requiert l'utilisation de deux transducteurs, l'un servant d'émetteur, l'autre de récepteur. Un oscilloscope permet de mettre en évidence le phénomène ultrasonore : nous voyons apparaître sur l'écran de l'appareil à la fois l'image du signal émis par la sonde émettrice et l'image du signal reçu par la sonde réceptrice après que le train d'ondes ait traversé une fois l'échantillon (fig. 1).



-Fig. 1-

Le signal de réception est caractérisé par sa hauteur h et par sa distance D du signal d'émission. La hauteur h nous servira

pour chaque échantillon, à déterminer l'absorption : h sera d'autant plus faible que l'atténuation produite par le milieu traversé sera plus importante. A la suite d'essais divers et répétés, nous avons pu nous assurer que, pour un type donné d'échantillon, le résultat restait bien toujours identique à lui-même, avec une précision de l'ordre de 1%. La distance D , elle, nous servira à mesurer la valeur des célérités selon le procédé suivant :

Soit un échantillon étalon d'eau distillée de longueur l et dans lequel la célérité est C_1 . La distance entre le premier écho transmis et le signal émis est D_1 . Les valeurs correspondantes pour un échantillon inconnu à étudier sont par exemple : $l - C_2 - D_2$. Nous avons choisi volontairement, et pour simplifier, la même longueur l dans les deux cas. Les temps de parcours de l'onde ultrasonore dans ces deux échantillons sont respectivement :

$$t_1 = \frac{l}{C_1} \qquad t_2 = \frac{l}{C_2}$$

d'où : $C_1 t_1 = C_2 t_2$

Comme les distances D_1 et D_2 sur l'écran de l'oscilloscope sont proportionnelles aux temps de parcours t_1 et t_2 , nous obtenons finalement la relation très simple :

$$C_2 = C_1 \cdot \frac{D_1}{D_2}$$

Connaissant donc C_1 , la célérité dans l'eau pure, pour laquelle nous admettrons la valeur de 1500 m/s, et mesurant D_1 et D_2 , nous pouvons en déduire la valeur de la célérité C_2 dans l'échantillon étudié. La précision de cette mesure est, elle aussi, de l'ordre de 1%.

Par la suite, nous ne ferons que des mesures relatives comparant l'absorption et la célérité du milieu inconnu à étudier à l'absorption et la célérité d'un milieu connu.

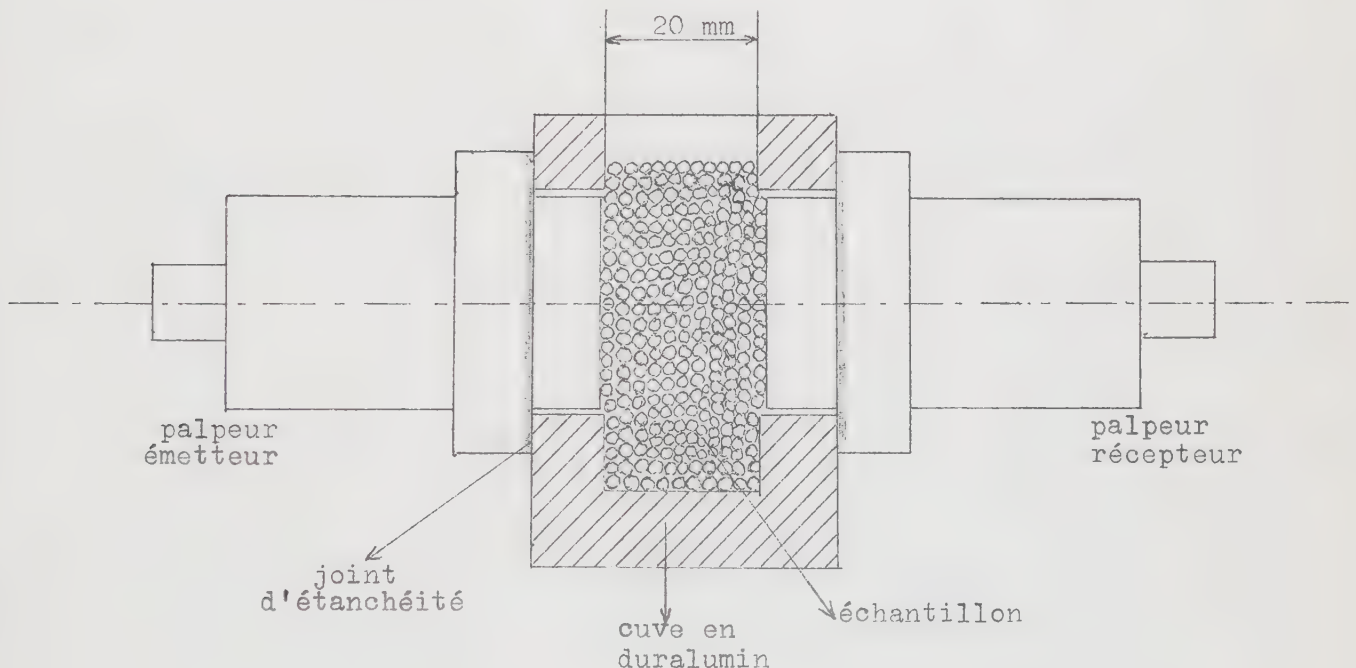
Remarquons pour terminer un détail particulier concernant l'utilisation des transducteurs : nous avons constaté que, de par leur montage, les pastilles de céramique n'étaient pas rigoureusement perpendiculaires à l'axe des palpeurs, ce défaut dans l'utilisation d'une méthode de sondage par transmission entraînant des variations importantes dans l'oscillogramme selon la position des palpeurs par rapport à leur axe. L'explication de ce phénomène est la suivante : nous savons que, dans un faisceau ultrasonore, le maximum d'énergie se trouve dans l'axe du faisceau; si la surface opposée à la surface émettrice n'est pas absolument parallèle, le faisceau n'est pas réfléchi sur lui-même, et l'énergie reçue est inférieure à ce qu'elle devrait être. Cette remarque nous donne un moyen de contrôle du parallélisme des palpeurs : celui-ci est d'autant meilleur que l'énergie reçue est plus importante. En réalité, ce qui est important pour nos essais, ce n'est pas tant la nécessité de réaliser le parallélisme optimum que celle de reproduire toujours le même parallélisme. Cette nécessité implique en premier lieu un étalonnage soigneux de l'oscillogramme initial - eau pure - et ensuite la vérification très fréquente de cet étalonnage, surtout si l'on est amené à démonter les transducteurs.

I-2-Dispositif expérimental.

Ayant à étudier des milieux composés de microbilles immergées dans un liquide, nous avons dû résoudre le problème de la cellule destinée à les recevoir. En raison des exigences du remplissage, que nous allons voir par la suite, notre préférence s'est portée sur une disposition horizontale, à savoir : palpeur émetteur, éprouvette, palpeur

récepteur (fig. 2). L'éprouvette destinée à recevoir le mélange billes-liquide^(*) est une cuve parallélépipédique en duralumin dont les deux faces opposées sont percées d'un trou de façon identique. Les deux transducteurs, appliqués sur l'éprouvette par ces orifices, sont ainsi en contact direct avec le milieu billes-liquide à étudier. L'épaisseur de l'éprouvette (épaisseur effective de milieu sondé) est de 2 cm: c'est le degré élevé d'atténuation du milieu billes-liquide qui nous a contraint à adopter cette dimension relativement réduite.

-Fig. 2-



Pour le remplissage des éprouvettes, nous avons rencontré deux difficultés essentielles : la première concernait l'empilement et le tassement des billes, la seconde concernait la présence de minuscules bulles d'air introduites au cours du remplissage, qui devenaient une cause supplémentaire d'absorption. Nous avons donc été amenés d'une

(*) Quoique le terme de "mélange" soit impropre pour qualifier un tel milieu, nous l'utiliserons couramment par la suite, dans un but de simplification d'écriture.

part à préciser avec rigueur la nature du tassement, et d'autre part à rechercher une méthode de remplissage satisfaisante, c'est-à-dire une méthode qui permette d'éliminer les bulles d'air.

Nous avons effectué une étude du tassement en utilisant les billes seules, non immergées. Le tassement peut être caractérisé, dans ces conditions, par un "indice de vide" e , qui est défini par le rapport :

$$e = \frac{\text{volume interstitiel } v}{\text{volume des billes } V}$$

le volume du récipient étant alors égal à : $V_r = v + V$

CAQUOT et KERISEL (2) nous indiquent la valeur minima théorique de cet indice de vide pour le cas de billes sphériques de même diamètre : soit $e = 0,35$; cette valeur est, du reste, indépendante du diamètre des billes, et correspond à l'empilement idéal, c'est-à-dire tel que 4 billes voisines forment un tétraèdre régulier. Lorsque les billes sont empilées exactement les unes au-dessus des autres, c'est-à-dire dans les conditions les plus défavorables, l'indice de vide, alors maximum, est égal à 0,91. D'après ces deux valeurs extrêmes, on prévoit qu'un empilement réalisé tout à fait au hasard, et sans aucun tassement artificiel, doit correspondre à un indice moyen de 0,63, puisque le nombre de billes est ici extrêmement important - de l'ordre de plusieurs milliers par cm^3 . C'est d'ailleurs à ce résultat qu'arrivent expérimentalement des chercheurs comme WESTMAN et HUGILL (17).

Dans nos expériences, pour être certains de toujours réaliser le même tassement, nous tasserons les billes au maximum en plaçant l'éprouvette sur le plateau d'une table à secousses, qui la soumet à des vibrations mécaniques entretenues et rapides. La détermination expérimentale de l'indice de vide s'effectue par une méthode simple de pesée :

on connaît le volume exact V_r du récipient; on détermine le poids des billes contenues dans ce volume après tassement; on peut donc en déduire leur volume V connaissant la masse spécifique du verre constituant les billes. On calcule alors le volume de vide et on obtient enfin la valeur de l'indice e . Pour différentes dimensions de billes, nous donnons dans le tableau de la figure 3 les indices de vide obtenus expérimentalement sans tassement et avec tassement maximum.

diamètre des billes D (mm)	1,4	1,2	0,9	0,8	0,5	0,4	0,2
e sans tassement	0,63	0,63	0,64	0,61	0,61	0,63	0,64
e avec tassement	0,53	0,52	0,54	0,51	0,53	0,52	0,52

- Fig. 3 -

Pour un remplissage sans tassement, nous trouvons une valeur moyenne de 0,63, qui correspond exactement à la valeur prévue. Pour le tassement maximum que nous sommes en mesure de réaliser, nous obtenons une valeur moyenne de 0,52. L'écart important qui existe entre cet indice et l'indice minimum théorique provient de l'imperfection du tassement et du fait que les billes ne sont pas absolument calibrées ni sphériques.

Au cours du remplissage de l'éprouvette par le milieu billes-liquide à étudier, afin d'éviter l'introduction de bulles d'air, nous procédons de la façon suivante : nous remplissons d'abord l'éprouvette avec le liquide choisi puis, l'ayant placée sur le plateau de la table

à secousses, tout en la faisant vibrer, nous versons peu à peu les billes dans le liquide. Les bulles d'air éventuelles sont ainsi chassées au fur et à mesure, et nous obtenons de plus un tassement correspondant à un indice de vide de 0,52. Les billes sont auparavant nettoyées dans un mélange sulfochromique, puis rincées et séchées à l'alcool de façon à ce qu'elles soient parfaitement mouillées par les liquides.

Les différentes considérations que nous venons d'examiner nous permettent ainsi de définir la marche à suivre pour effectuer les essais. Il nous faut cependant encore, au préalable, étalonner le réglage du générateur d'ultra-sons afin que les conditions initiales soient toujours les mêmes, et qu'il soit possible de comparer les essais entre eux. Cet étalonnage s'effectue de la façon suivante : la cellule de mesure étant remplie uniquement d'eau distillée, nous fixons la hauteur h et la distance D du signal d'émission à des valeurs bien déterminées, en ajustant le gain et la vitesse de balayage du spot; nous veillons ensuite à ce que ces valeurs demeurent constantes : nous les vérifierons avant chaque nouvel essai.

Cet étalonnage étant ainsi réalisé, et l'éprouvette remplie avec le milieu granulé désiré, selon la méthode indiquée précédemment, nous relevons, par lecture directe sur l'écran de l'oscilloscope, les valeurs h et D qui caractérisent le signal reçu, ce qui nous permet de parvenir à la connaissance de l'atténuation et de la célérité du milieu billes-liquide à étudier.

o o

o

C H A P I T R E I I

ETUDE DES DIFFERENTS PARAMETRES

II-1-Paramètres liés aux billes : diamètre et masse spécifique.

Nous étudierons ces paramètres pour le cas de billes en verre et pour le cas de billes en polystyrène.

II-1-1. Billes en verre.

Le type de billes que nous avons étudié en premier lieu nous a été fourni par les établissements SOVIREL; il s'agit de billes en verre destinées à la réflectorisation des peintures. Leurs dimensions sont les suivantes (diamètre, exprimé en mm) : 0,1 - 0,2 - 0,3 - 0,4 - 0,5 - 0,7 - 0,8 - 0,9 - 1,0 - 1,2 - 1,4 . Les erreurs qui viennent entacher ces dimensions ont essentiellement deux causes :

- La sphéricité de chacune des billes est très relative.

D'après les mesures que nous avons réalisées, nous avons trouvé que le diamètre d'une bille variait d'environ $\pm 3\%$ par rapport à son diamètre moyen, selon le plan diamétral contrôlé.

- Les billes sont calibrées avec des tamis industriels ce qui fait que les diamètres indiqués ci-dessus ne sont naturellement que des valeurs moyennes. Les tolérances approximatives sont de l'ordre de $\pm 0,1$ mm.

Nous avons constaté, enfin, que la masse spécifique du verre composant les billes variait d'un calibre à un autre; ces variations proviennent - selon les fabricants - de l'irrégularité du procédé de fabrication, et du mélange des stocks. La mesure précise de la masse

spécifique des billes par la méthode du flacon nous a conduit à trouver une valeur moyenne de $2,90 \text{ g/cm}^3$, mais avec des valeurs extrêmes de $2,68$ et $3,13 \text{ g/cm}^3$.

Ce sont ces différentes inhomogénéités dans les billes - sphéricité, calibre, masse spécifique - d'une dimension à l'autre, et à l'intérieur même de chaque lot, qui limitent la précision de nos résultats.

II-1-2. Billes en polystyrène.

Nous avons aussi cherché à utiliser des billes d'une autre nature. Dans les matériaux plus lourds que le verre, nous avons pensé au plomb ou à l'acier, mais il n'existe pas, à notre connaissance, de billes dont les diamètres soient aussi petits que ceux que nous désirons (de l'ordre du dixième de mm). Par contre, dans les matériaux plus légers, nous avons pu obtenir des billes en matière plastique de dimensions convenables : il s'agit d'un polystyrène, le "Styropor P 120". Ce produit, mis au point par la Société BADISCHE-ANILIN, est destiné à la fabrication de matériaux cellulaires employés dans le bâtiment et l'isolation. Il est livré sous forme de particules sphériques incolores de diamètre comprise entre $0,2$ et 3 mm environ. Nous avons pu sélectionner des billes ayant les dimensions moyennes suivantes (diamètres en mm) :

$0,46 - 0,54 - 0,64 - 0,77 - 0,91 - 1,08$.

La sphéricité de ces billes est encore moins bonne que celle des billes en verre, la différence atteignant environ $\pm 10\%$ autour du diamètre moyen, dans certains cas. Les tolérances approximatives sur les calibres ci-dessus sont encore de l'ordre de $\pm 0,1 \text{ mm}$. Quant à la masse spécifique, cette fois-ci uniforme puisque toutes les billes sont issues d'un même lot, sa valeur a été trouvée égale à $1,03 \text{ g/cm}^3$, donc presque 3 fois moins que celle du verre.

II-2. Paramètres liés aux liquides : célérité, coefficient d'absorption dans le liquide, masse spécifique.

Nous avons vu que, dans toute transmission ultrasonore, la valeur de la longueur d'onde de l'onde dans le milieu traversé joue un rôle très important. Cette longueur d'onde λ étant liée à la célérité C dans le milieu par la relation bien connue $\lambda = C/N$ (N étant la fréquence ultrasonore), nous avons cherché à employer des liquides ayant entre eux des célérités aussi différentes que possible. Nous avons ainsi été amenés à utiliser les liquides suivants :

Liquide	Célérité (m/s)	Masse spécifique (g/cm ³)
Alcool éthylique	1200	0,81
Eau distillée	1500	1,00
Glycérol	1900	1,26

En consultant les tables de constantes, on s'aperçoit en effet que parmi les liquides d'usage courant, l'alcool et le glycérol sont situés aux extrémités de l'échelle des célérités, avec une différence, entre eux, de 700 m/s. Quant à l'eau, elle se situe au milieu de l'échelle. Ces liquides étant tous trois miscibles en toutes proportions, on pouvait espérer obtenir des mélanges possédant des valeurs intermédiaires de la célérité. Ce sont ces mélanges que nous allons maintenant étudier, d'abord sur le plan théorique, puis expérimental, en comparant ensuite les résultats obtenus.

II-2-1. Etude de la célérité des mélanges liquides.

II-2-1-1. Valeur théorique de la célérité en fonction de la composition du mélange.

On sait que la célérité dans un liquide est donnée par la relation :

$$C = \sqrt{\frac{1}{\rho \cdot \alpha}}$$

où χ est le coefficient de compressibilité du liquide
 ρ est sa masse spécifique;

ou encore, par analogie avec les solides :

$$C = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{avec} \quad E = \frac{1}{\chi}$$

D'après RICHARDSON (13), lorsqu'on mélange deux liquides de caractéristiques E_1, ρ_1 et E_2, ρ_2 , selon une proportion x du premier et $(1 - x)$ du second, les caractéristiques E, ρ du mélange sont alors telles que :

$$\begin{aligned} \frac{1}{E} &= \frac{x}{E_1} + \frac{1-x}{E_2} \\ \rho &= x \cdot \rho_1 + (1-x) \cdot \rho_2 \end{aligned}$$

ce qui nous donne la célérité suivante :

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{E_1 E_2}{[xE_2 + (1-x)E_1][x \cdot \rho_1 + (1-x) \rho_2]}}$$

L'application de ce résultat nous a permis de construire les courbes théoriques $C = f(x)$ pour les mélanges suivants : alcool-eau, eau-glycérol, alcool-glycérol, connaissant les valeurs de E et ρ propres à chaque liquide séparément (fig. 4)

	Alcool	Eau	Glycérol
E (dynes/cm ²)	$114 \cdot 10^8$	$225 \cdot 10^8$	$455 \cdot 10^8$
ρ (g/cm ³)	0,81	1,0	1,26

II-2-1-2. Valeur expérimentale de la célérité en fonction du mélange. Examen des résultats.

L'étalonnage est effectué avec de l'eau distillée, liquide le plus simple et d'ailleurs le plus stable. Nous admettrons que la valeur de la célérité C_1 dans l'eau est de 1500 m/s et nous calculerons toutes les célérités par rapport à cette valeur. Selon la méthode indiquée plus haut, nous aurons si

D_1 est la distance entre échos donnée par l'eau

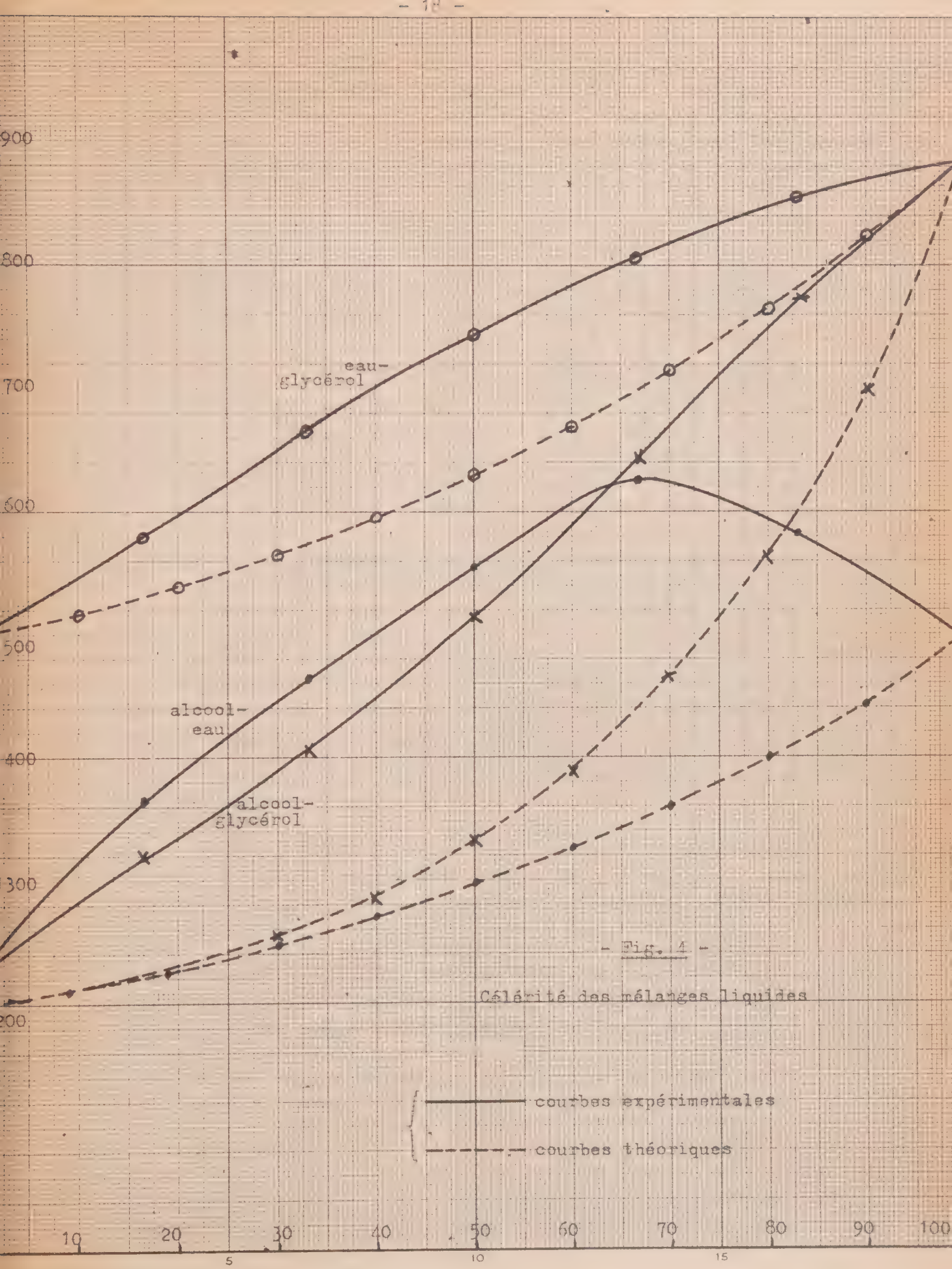
D_2 celle correspondant au liquide étudié

C_2 la célérité de ce liquide,

$$C_2 = 1500 \times \frac{D_1}{D_2} \text{ m/s}$$

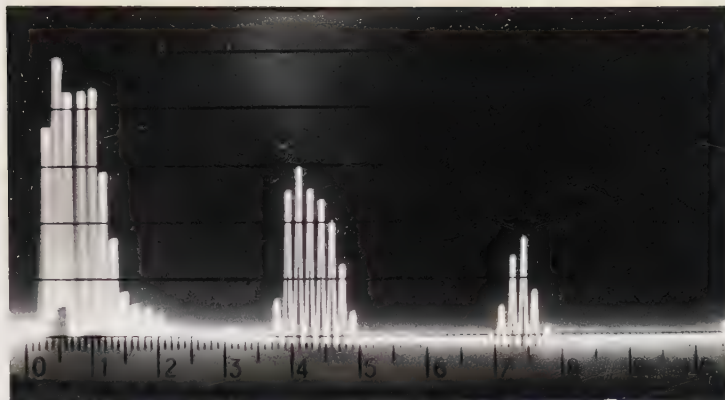
Nous avons alors tracé les courbes $C_2=f(x)$ pour chaque couple de liquides, sur la même feuille que les courbes théoriques afin de faciliter la comparaison.

Nous constatons des différences très importantes : les courbes expérimentales sont toujours situées nettement au-dessus des courbes théoriques. Pour le mélange alcool-eau, nous observons même une anomalie marquée : la courbe expérimentale passe par un maximum de 1620 m/s pour 70% d'eau, c'est-à-dire à 120 m/s au-dessus de la célérité la plus forte des deux liquides composants. Par contre, le mélange alcool-glycérol présente un grand intérêt puisque sa célérité varie linéairement en fonction de la concentration en glycérol : nous choisissons donc ce mélange pour réaliser des célérités intermédiaires entre 1200 m/s et 1900 m/s. Nous utiliserons par la suite la série de mélanges liquides dont les caractéristiques sont données dans le tableau ci-après (fig. 5).

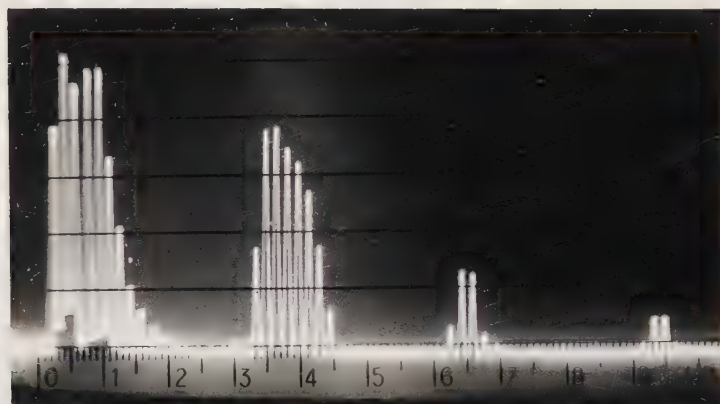


Absorption
des mélanges liquides
0,5 MHz

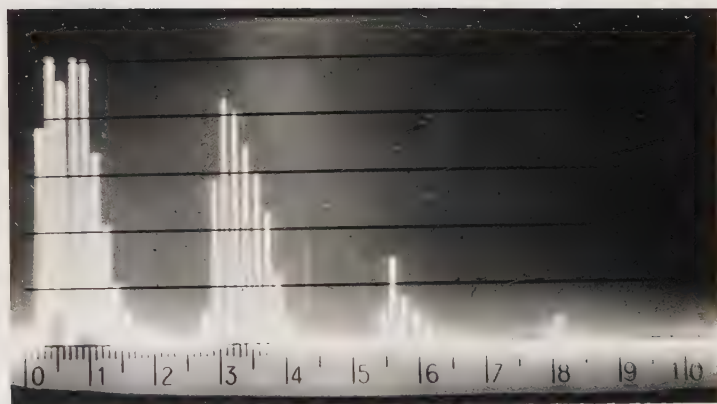
Alcool pur



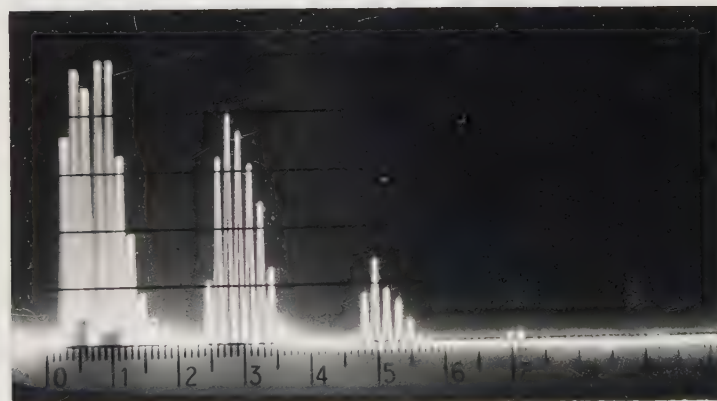
67% alcool
33% glycérol

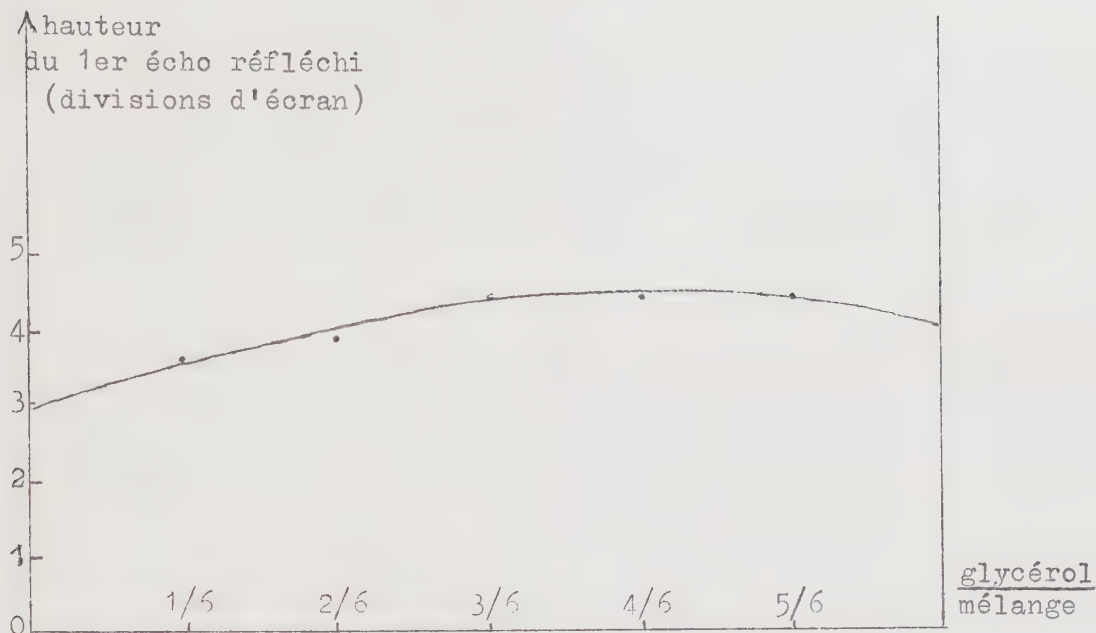


33% alcool
67% glycérol



Glycérol pur





-Fig. 7-

Absorption des mélanges alcool-glycérol

II-2-3. Masse spécifique des liquides.

En examinant les différents liquides et mélanges de liquides étudiés précédemment, nous constatons que leur masse spécifique ne varie pas dans de très larges proportions. Aussi avons-nous cherché à utiliser d'autres liquides. Après consultation des tables de constantes, nous avons choisi les deux corps suivants : le Pentane (C_5H_{12}) et le Tétrachlorure de Carbone (CCl_4). Nous indiquons dans le tableau ci-dessous (fig. 8) les caractéristiques de ces liquides qui nous intéressent : leur masse spécifique et la célérité d'une onde ultrasonore qui les traverse.

Liquide	Masse spécifique (g/cm ³)	Célérité (m/s)
Pentane	0,62	1008
Tétrachlorure de carbone	1,59	938

- Fig. 8 -

Nous constatons que si ces corps possèdent l'un par rapport à l'autre des célérités peu différentes (938 à 1008 m/s), par contre leurs masses spécifiques changent au minimum dans le rapport du simple au double.

Nous avons pensé également à utiliser du Bromoforme, mais, en plus de sa toxicité, sa masse spécifique ($2,89 \text{ g/cm}^3$) était trop voisine de celle des billes en verre pour que le remplissage s'effectue correctement.

o o

o

C H A P I T R E I I I

ETUDE EXPERIMENTALE

DES MELANGES BILLES-LIQUIDES

Ayant examiné tour à tour les différents paramètres en fonction desquels nous souhaitons étudier la transmission d'une onde ultrasonore dans un milieu à structure granulaire, nous allons maintenant donner les résultats expérimentaux auxquels nos mesures ont abouti.

Toutes nos mesures ont été faites aux deux seules fréquences ultrasonores de 0,5 et 1 MHz. En effet, malgré notre désir d'utiliser les fréquences supérieures dont nous disposons, dès la fréquence de 2 MHz nous nous heurtons à des phénomènes d'absorption tels qu'il nous devenait impossible de faire la moindre mesure.

Nous avons vu que l'on caractérisait la transmission d'une onde ultrasonore par un coefficient d'absorption et par une célérité, deux valeurs propres, du reste, au milieu traversé. Pour la clarté de l'exposé, nous distinguerons toujours ces deux aspects du phénomène. Nous nous souviendrons, cependant, que pour chaque fréquence les mesures d'absorption et de célérité ont été réalisées simultanément.

III-1-Etude de l'absorption.

III-1-1. Précautions à prendre au cours de ces mesures.

Nous avons indiqué de quelle manière relative nous mesurons l'absorption : l'appareil générateur d'impulsions et l'oscilloscope étant réglés une fois pour toutes, nous notons sur l'écran de l'oscillos-

cope la hauteur du premier écho reçu après que le train d'ondes ultrasonores ait traversé une seule fois l'éprouvette à étudier et nous comparons cette hauteur à celle que l'on obtiendrait avec une éprouvette étalon connue. Notre milieu de comparaison sera toujours de l'eau distillée.

Il est bon de remarquer que, lors de l'étalonnage, c'est-à-dire en sondant l'eau distillée seule, on peut régler à volonté la hauteur du premier écho reçu en jouant sur le réglage des appareils: soit en jouant sur le réglage "sensibilité" S (qui agit sur l'amplificateur de réception), soit en jouant sur le réglage "puissance" P (qui agit sur l'émetteur). Nous constatons alors que, à partir d'un certain taux de sensibilité ou de puissance, les signaux transmis ou réfléchis sont "saturés" : l'utilisation d'un tel niveau rendrait alors impossible la comparaison des échos entre eux d'un essai à l'autre.

Pour travailler dans des conditions de mesures correctes, nous devons par conséquent choisir une sensibilité et une puissance convenables : nous ferons le réglage de telle façon que le premier écho transmis ne soit pas tout à fait nul pour le cas où l'absorption est très grande, sans être "saturé" pour le cas où l'absorption est à peu près nulle.

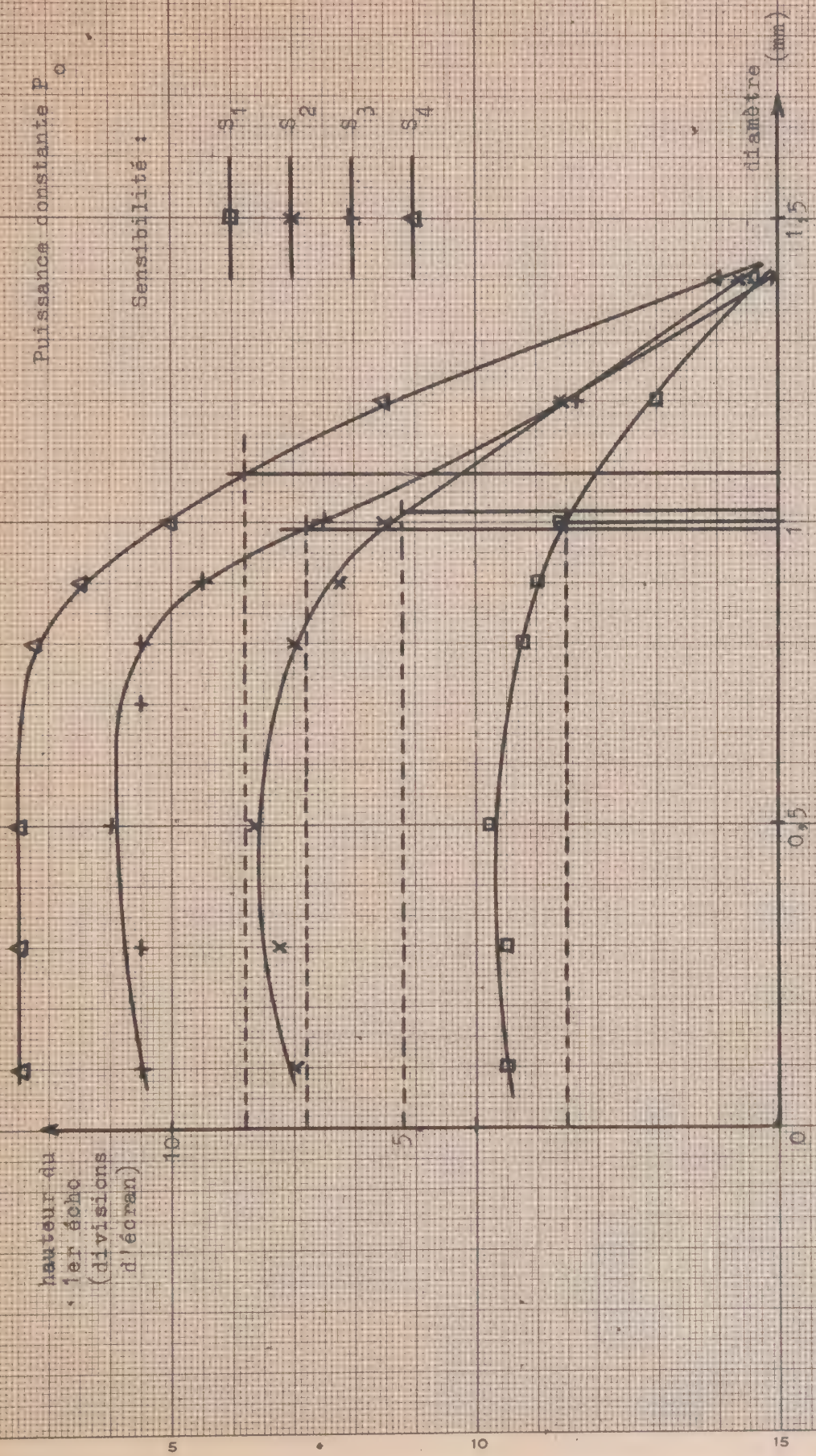
Afin d'exposer les résultats complets d'atténuation, à 0,5 et à 1 MHz, et dans les diverses conditions, nous étudierons sur un cas simple et précis, un mélange billes de verre-eau distillée à la fréquence de 0,5 MHz, l'influence du choix de la sensibilité et de la puissance sur la valeur des résultats, et les résultats obtenus.

III-1-2. Résultats d'absorption pour un mélange billes de verre eau distillée à la fréquence de 0,5 MHz.

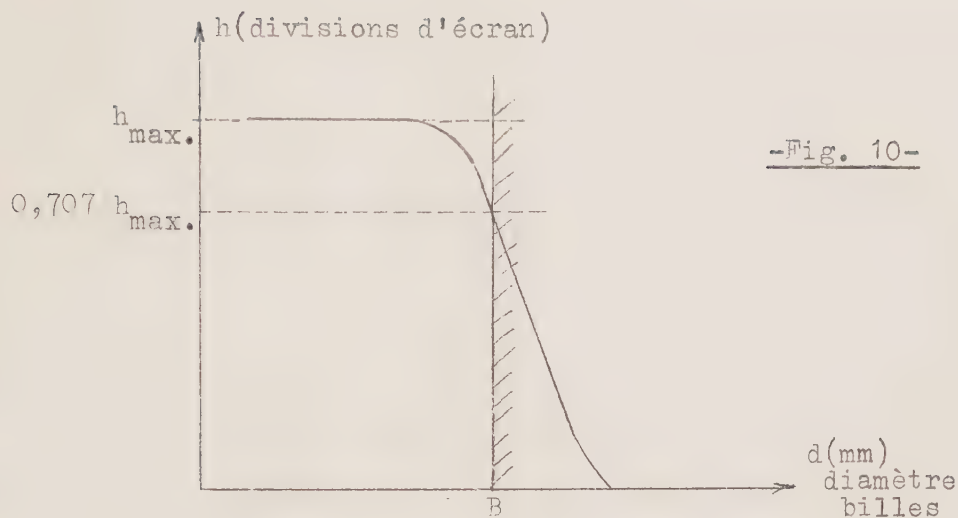
Nous préparerons les échantillons du milieu billes de verre-eau distillée selon le processus décrit précédemment. Puis, le réglage du générateur d'impulsions et de l'oscilloscope étant choisi et bien déterminé, nous notons sur l'écran de l'oscilloscope la hauteur du premier écho reçu après que le train d'ondes ultrasonores ait traversé une éprouvette remplie avec le milieu suivant : billes de verre de 0,5mm de diamètre - eau distillée. Sans toucher au réglage des appareils, nous recommençons la même mesure avec une éprouvette remplie avec le milieu billes de verre de 0,7 mm de diamètre - eau distillée. Et ainsi de suite; nous sondons successivement des milieux constitués avec des billes de plus en plus grosses. Cela nous permet, à l'aide des résultats obtenus, de tracer une "courbe d'atténuation" en portant, en ordonnée, la hauteur h du premier écho reçu (en divisions verticales d'écran) en fonction, en abscisse, du diamètre des billes (en mm).

Nous avons procédé à plusieurs séries de mesures, en faisant varier le réglage des appareils; d'abord, à puissance d'émission constante P_0 , avec les sensibilités successives S_1 , S_2 , S_3 , et S_4 ; puis, à sensibilité constante S_0 , avec les puissances $P_1, P_2, \dots$ et P_6 .

En ce qui concerne les essais à puissance d'émission constante, nous obtenons les courbes de la figure 9. Nous constatons immédiatement qu'il se produit, dans tous les cas, une augmentation brutale de l'absorption, puisque la hauteur d'écho h diminue très rapidement à partir d'un certain diamètre de billes. Nous définissons une bande passante, comme pour un amplificateur : c'est le diamètre des billes pour lequel la hauteur du premier écho est égale à 0,707 fois la valeur maximum de la courbe (fig. 10).



- Fig. 2 -
Absorption en fonction du diapètre des billes
0,5 MHz - eau distillée



Nous appliquons ce procédé à toutes nos courbes : chacune d'elles sera ainsi caractérisée par une "bande passante", notion commode qui nous permettra de comparer aisément les différents résultats.

Pour le réseau de courbes que nous venons d'obtenir, nous constatons que la bande passante est indépendante de la sensibilité tant que celle-ci ne conduit pas au phénomène de saturation. Nous avons choisi, pour la suite de nos mesures, intentionnellement la sensibilité S_4 qui correspond au début de la saturation : nous obtenons la courbe la plus élevée, qui donne une bande passante légèrement plus grande. L'explication en est la suivante : en raison de la saturation, le niveau maximum de la courbe est moins élevé qu'en réalité : nous introduisons par conséquent une erreur systématique par défaut sur la hauteur de l'écho quand l'absorption est nulle, ce qui conduit à une erreur systématique par excès sur la largeur de la bande passante.

Quant aux essais à sensibilité constante, ils donnent lieu aux conclusions suivantes : la bande passante est indépendante de la puissance d'émission dans la gamme disponible de l'appareil ULTRASONIC.

Pour une sensibilité donnée S_0 par exemple, et quelle que soit la puissance d'émission, les courbes d'atténuation sont identiques à elles-mêmes : aussi ne les avons-nous pas représentées ici.

En regardant ces différentes courbes, nous pouvons donc en déduire de façon très nette que le bord droit de la bande passante correspond, dans ces conditions, à un échantillon de milieu billes-liquide pour lequel les billes ont 1mm de diamètre. Pour un milieu billes-liquide constitué avec des billes plus fines l'absorption est très faible; pour un milieu billes-liquide constitué avec des billes plus grosses, l'absorption est très grande.

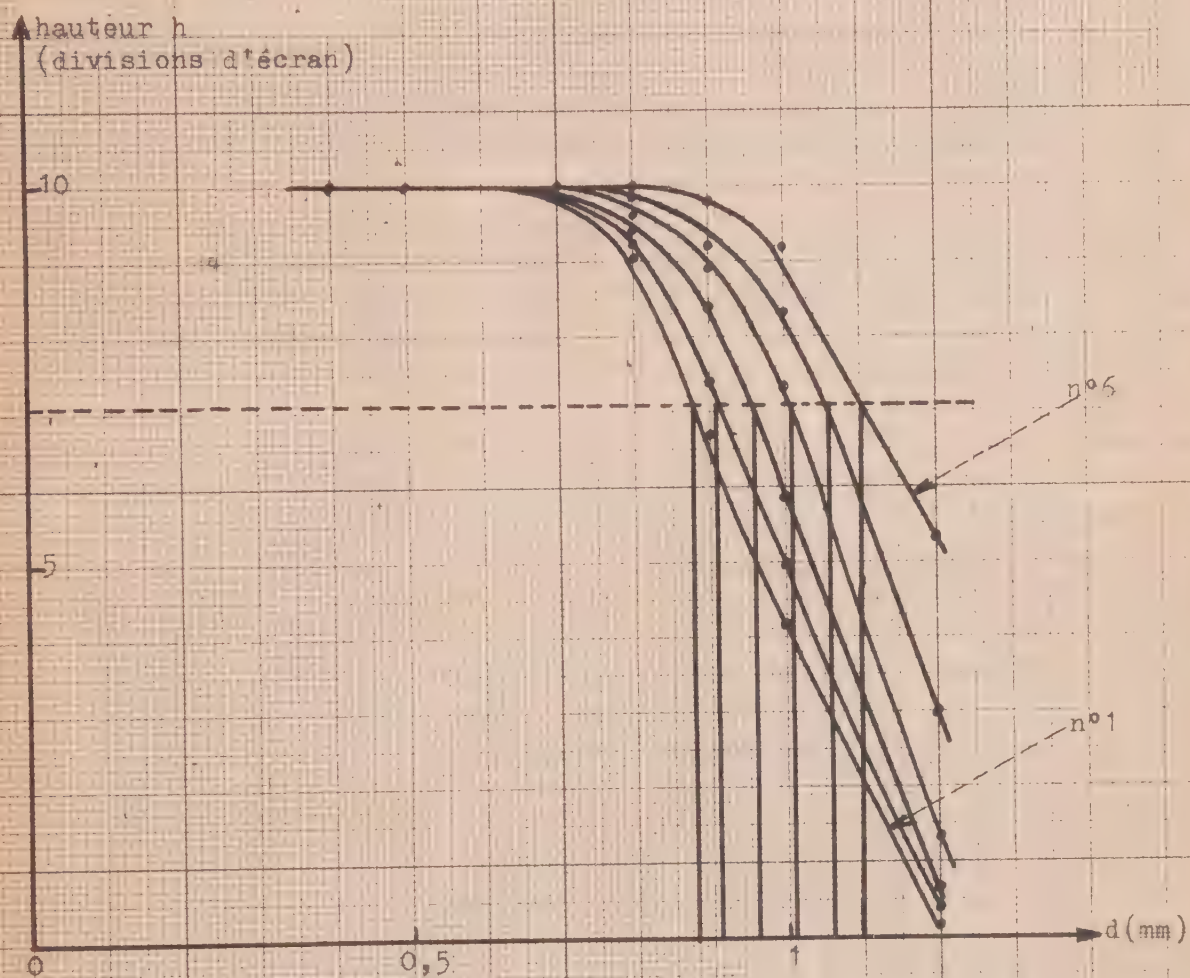
III-1-3. Résultats généraux des mesures d'atténuation à 0,5 MHz.

En faisant toujours varier, pour chaque liquide, le diamètre des billes entre 0,5 et 1,4 mm, nous avons alors utilisé successivement les mélanges suivants d'alcool et de glycérol (fig. 11).

Alcool (%)	Glycérol (%)	Célérité mesurée (m/s)	N° échantillon
100	0	1225	1
89	11	1295	2
69	31	1395	3
53	47	1500	4
39	61	1595	5
26	74	1700	6

-Fig. 11-

A l'aide des résultats ainsi obtenus, qui ont fait l'objet d'une note précédente (18), nous avons tracé le réseau de courbes d'atténuation correspondant (fig. 12). Pour chacune des courbes, nous notons la limite vers le haut de la bande passante.



- Fig. 12 -

Absorption des mélanges billes-liquide

0,5 MHz

L'observation du faisceau de courbes nous montre que la largeur de la bande passante croît lorsque la célérité du milieu liquide croît. Tandis que nous passons de l'alcool pur au mélange d'alcool-glycérol correspondant à la célérité de 1700 m/s, la dimension des billes qui correspond à la limite de la bande passante passe de 0,88 mm à 1,08mm.

Nous observons par ailleurs que, lorsque le milieu liquide employé est de l'eau, la bande passante est la même que si le milieu liquide est un mélange d'alcool et de glycérol de célérité égale à celle de l'eau.

III-1-4. Résultats d'atténuation à la fréquence de 1 MHz.

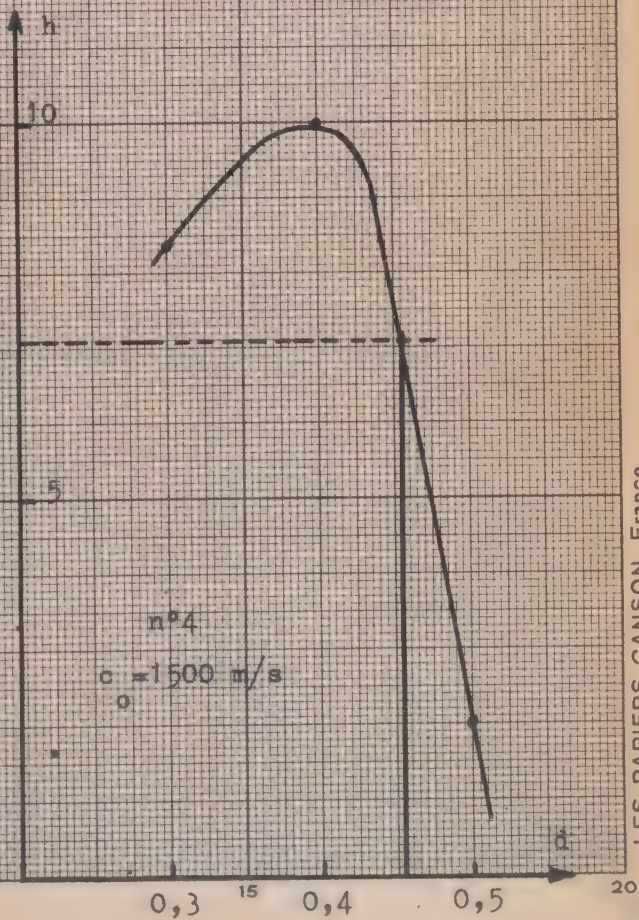
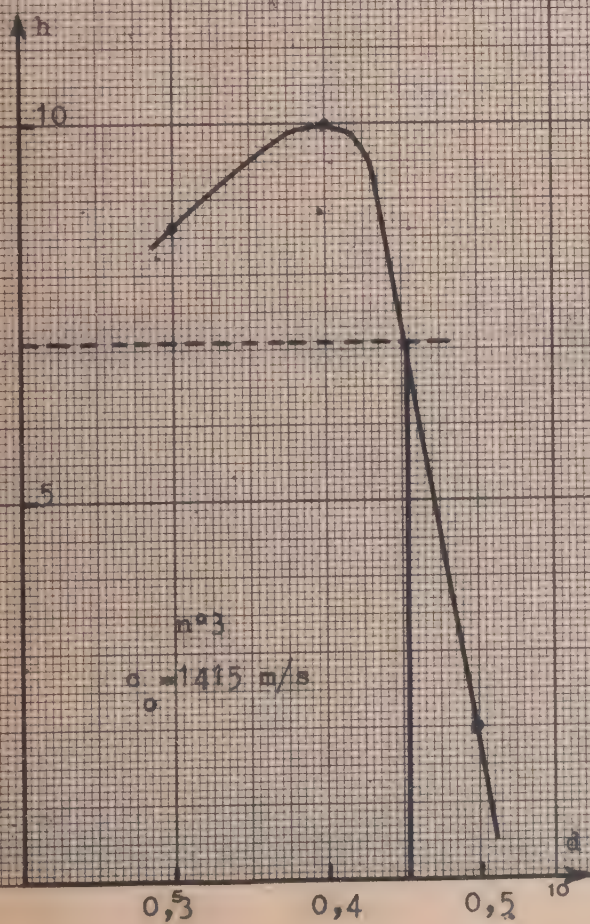
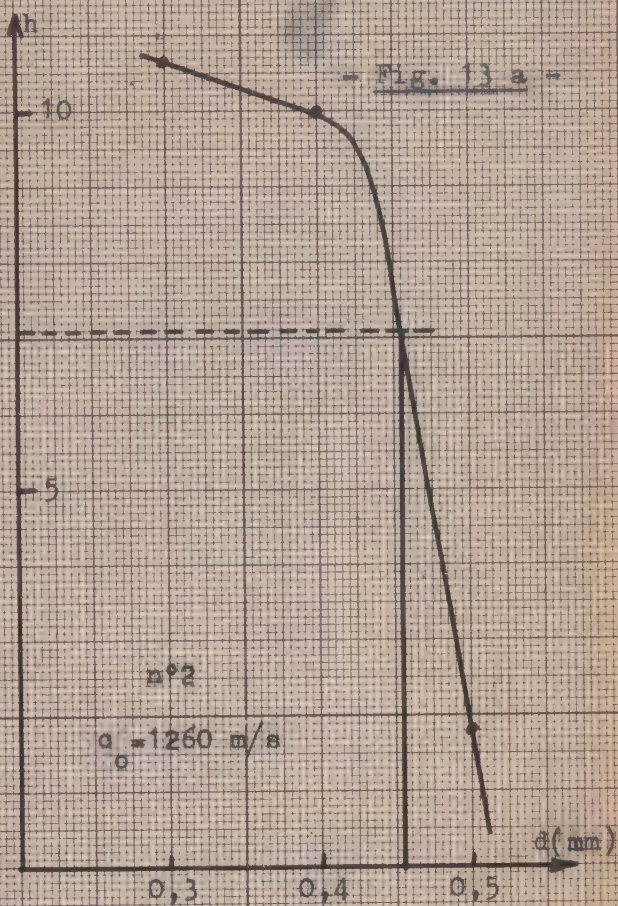
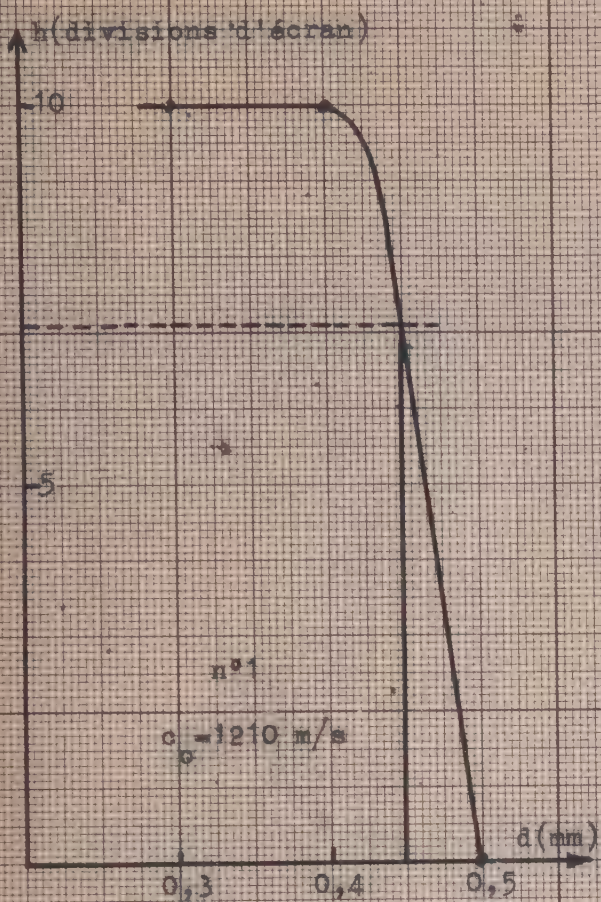
Nous avons refait les mêmes séries de mesures à la fréquence de 1 MHz, en utilisant les mêmes types d'échantillons. Au cours d'essais préliminaires, nous avons constaté que la bande passante était beaucoup plus étroite : cela nous a contraint à travailler avec les trois seules dimensions de billes qui permettaient les mesures : 0,3 - 0,4 et 0,5 mm. Mais nous nous sommes heurtés alors à une nouvelle difficulté : étant donné la finesse de ces billes, le remplissage des échantillons composés de mélanges à forte proportion de glycérol - donc très visqueux - s'est avéré fort délicat. Afin de remédier à cet inconvénient, nous avons tenté de chauffer les échantillons. Indiquons au passage les caractéristiques de ce nouveau type d'essais et les conclusions auxquelles nous sommes arrivés.

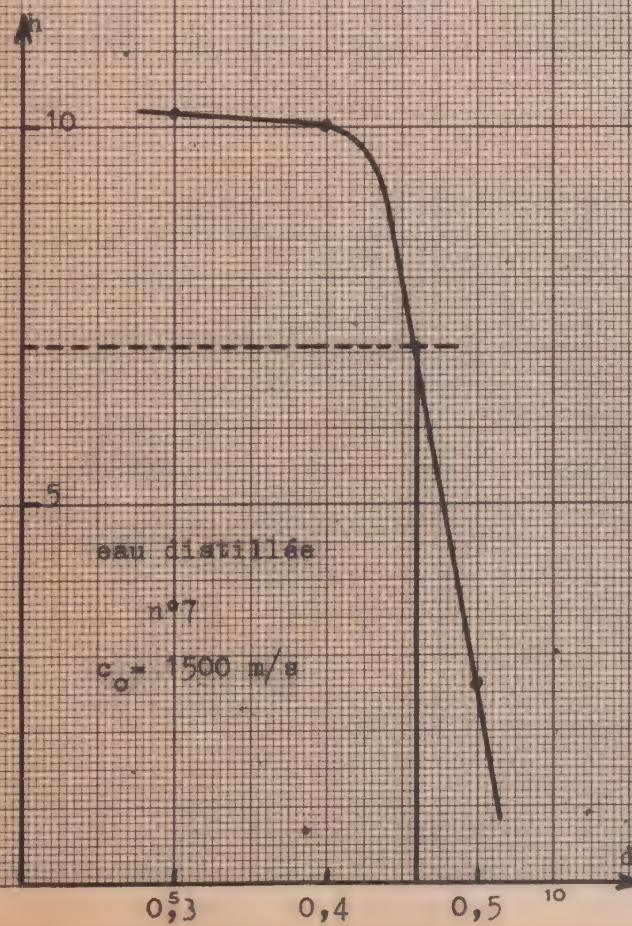
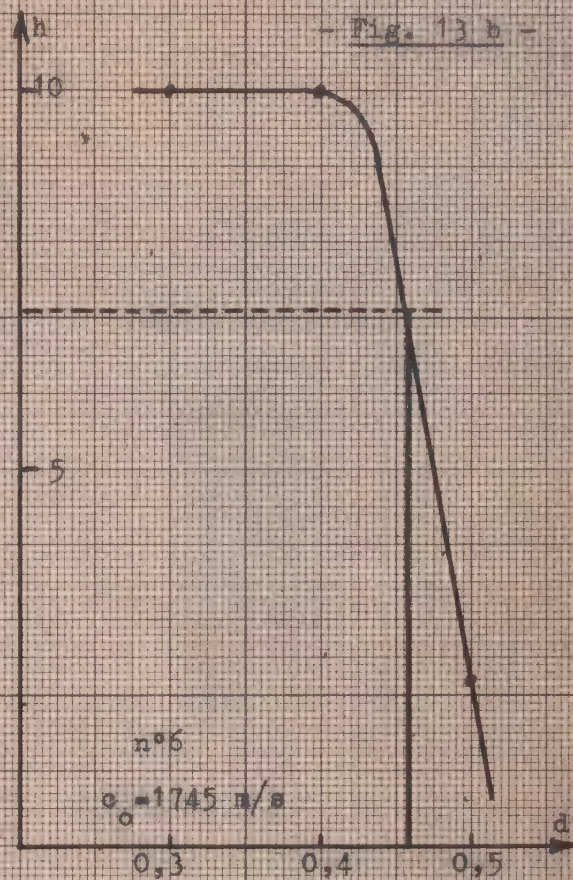
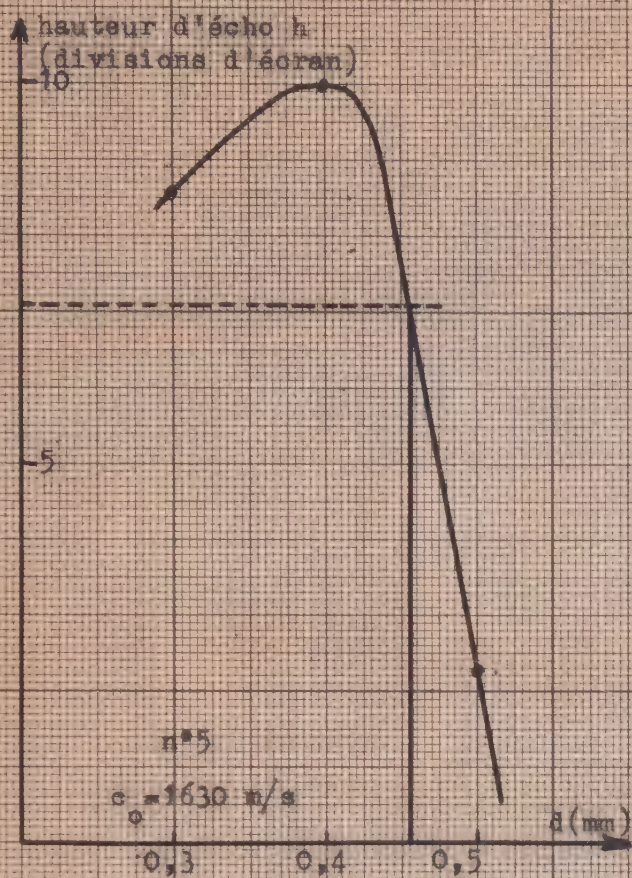
Le chauffage était réalisé très simplement par un ruban chauffant disposé autour de l'échantillon, dont on pouvait régler l'échauffement à volonté. Les températures étaient repérées au demi-degré près à l'aide

d'un thermo-couple chromel-alumel plongé au milieu de l'échantillon. Nous avons pu vérifier que l'introduction de ce thermocouple - de très petite dimension (1 mm de diamètre) - ne perturbait que de façon tout à fait négligeable la transmission du faisceau ultrasonore.

L'élévation de température ayant une influence notable sur l'atténuation et la célérité des liquides purs, nous avons d'abord envisagé le mode de mesure suivant : chauffer les échantillons pendant le remplissage, pour faciliter celui-ci, puis, après refroidissement, relever les mesures d'absorption et de célérité. Nous avons alors constaté deux phénomènes importants: si en premier lieu, au cours du remplissage, la température venait à dépasser une certaine valeur (environ 50°C), l'atténuation augmentait brutalement, pour rester ensuite à ce niveau très élevé après refroidissement; nous avons pu observer que cette anomalie était due à une vaporisation interne partielle (de l'alcool, très vraisemblablement). En second lieu, nous nous sommes aperçus que, au cours du refroidissement des échantillons, l'atténuation devenait également excessive, voire presque totale dans certains cas; là encore, cela s'explique par la production de bulles gazeuses au milieu du mélange, puisqu'il se produit inévitablement une diminution de volume du liquide pendant le refroidissement.

Ces considérations nous ont finalement amenés à effectuer tous nos essais, pour cette fréquence de 1 MHz, à une température intermédiaire, suffisante pour diminuer notablement la viscosité, mais pas trop élevée de façon à éviter le phénomène de vaporisation interne. Nous avons donc choisi la température de 40°C, et toujours la même, de manière à réaliser tous les essais dans des conditions identiques.





Absorption des mélanges
billes - liquides
à 1 MHz

Compte tenu de ces remarques, nous avons obtenu des résultats d'atténuation que nous avons traduits par les courbes de la figure 13, représentant la hauteur de l'écho transmis h en fonction du diamètre des billes, et pour les 6 types de liquides déjà utilisés auparavant. Nous avons ajouté une septième courbe, correspondant à l'emploi d'eau distillée comme liquide de base.

N'ayant que trois points expérimentaux pour chacune de ces courbes, nous sommes cependant dans l'impossibilité de remédier à cette insuffisance. En effet, les limites imposées par les tamis nous empêchent de fractionner les intervalles 0,3 - 0,4 mm et 0,4 - 0,5 mm. Quant au sondage de billes plus fines (0,2 et 0,1 mm), il est tout à fait illusoire en raison des difficultés de remplissage des éprouvettes.

Le tracé approximatif des bandes passantes nous permet de constater que la dimension des billes qui correspond à la limite de la bande passante est voisine de 0,45 mm pour tous les liquides utilisés ici.

Dans une précédente note (6), nous avons rendu compte de résultats obtenus avec un générateur ultrasonore de la Société S.C.A.M. émettant des trains d'impulsions de fréquence 1 MHz. Mais la cellule d'essai utilisée était telle que le faisceau ultrasonore devait traverser une paroi en duralumin avant d'atteindre le milieu granulé. Nous avons trouvé, dans ces conditions, pour un mélange billes de verre - eau distillée, une bande passante de 0,76 mm, donc fort différente de nos résultats actuels. Après avoir entrepris de nouveaux essais avec ce générateur S.C.A.M., mais en supprimant les parois intermédiaires entre les transducteurs, nous avons obtenu, pour le même cas billes - eau distillée, une bande passante de 0,55 mm environ, donc du même ordre de grandeur que celle que nous avons obtenu avec le générateur Ultrasonic.

Il est probable que, dans nos premiers essais, l'onde ultrasonore devait se propager en partie par l'intermédiaire des parois de la cellule d'essai, ce qui introduisait une erreur systématique dans nos mesures.

III.2-Etude de la célérité.

L'observation de la deuxième grandeur expérimentale, la distance séparant le signal d'émission du premier écho transmis, nous permet de déterminer la valeur de la célérité de l'onde ultrasonore à travers chaque échantillon.

De même que pour l'étude de l'atténuation, nous examinerons successivement les résultats obtenus pour les fréquences de 0,5 puis 1 MHz. Nous ne reviendrons pas sur les conditions expérimentales puisque nous avons vu que, de ce point de vue, les mesures de célérité s'effectuaient simultanément avec celles d'atténuation.

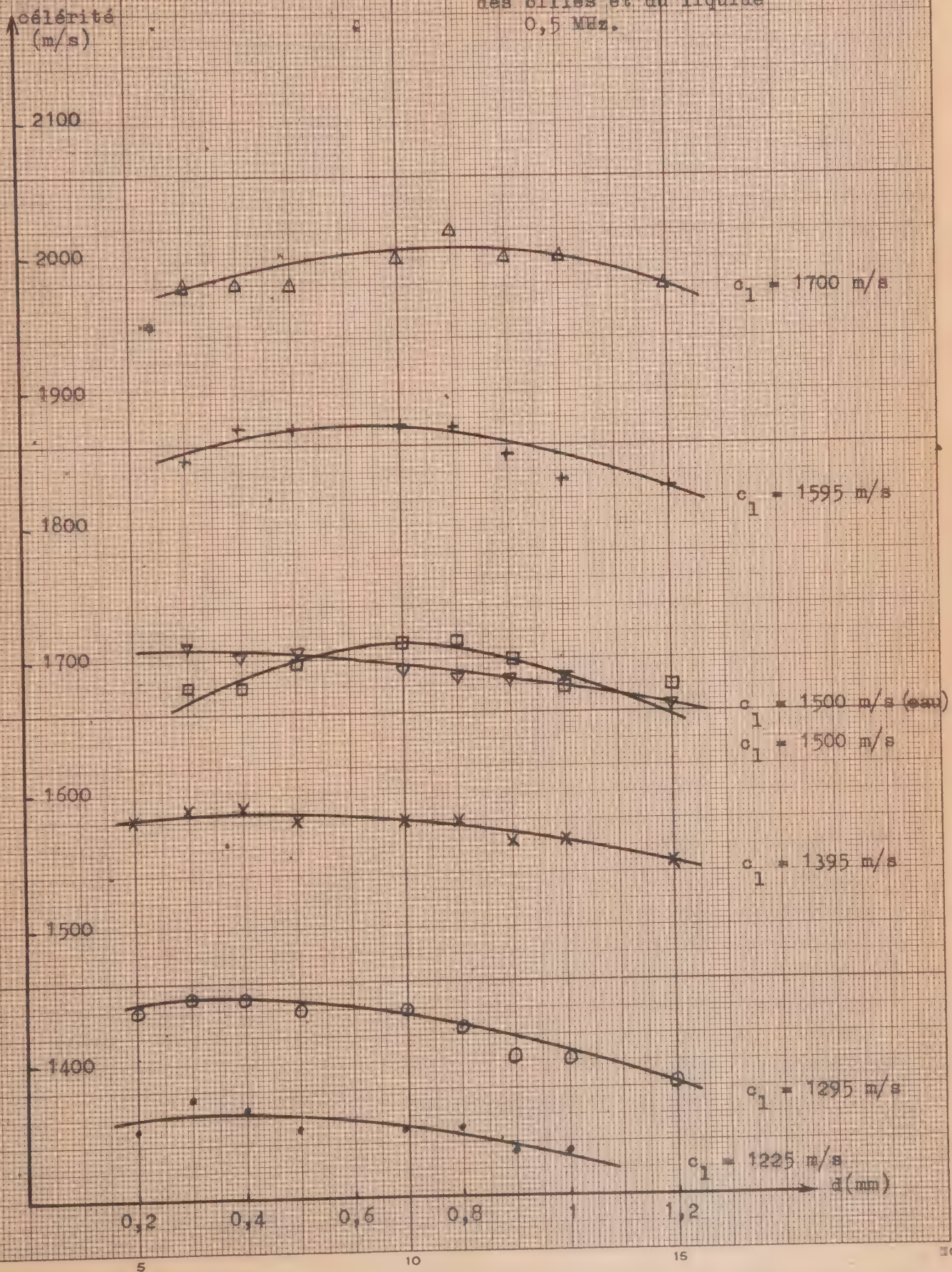
III-2-1. Résultats des mesures de célérités à 0,5 MHz.

Nous avons porté, sur un même graphique, pour les différents mélanges billes de verre-liquides étudiés, la valeur de la célérité dans l'échantillon, en fonction du diamètre des billes. Nous avons obtenu le réseau de courbes de la figure 14. C_1 indique la célérité du liquide de base des échantillons.

Une première constatation s'impose, à l'observation de ces courbes : elles ont toutes exactement le même aspect. En passant d'un échantillon à un autre, quand la grosseur des billes croît, la célérité croît, passe par un maximum, puis décroît. Or nous constatons, en nous reportant à la figure 12, que cette décroissance de la célérité correspond précisément à l'augmentation rapide de l'atténuation des ondes ultrasonores dans le milieu étudié.

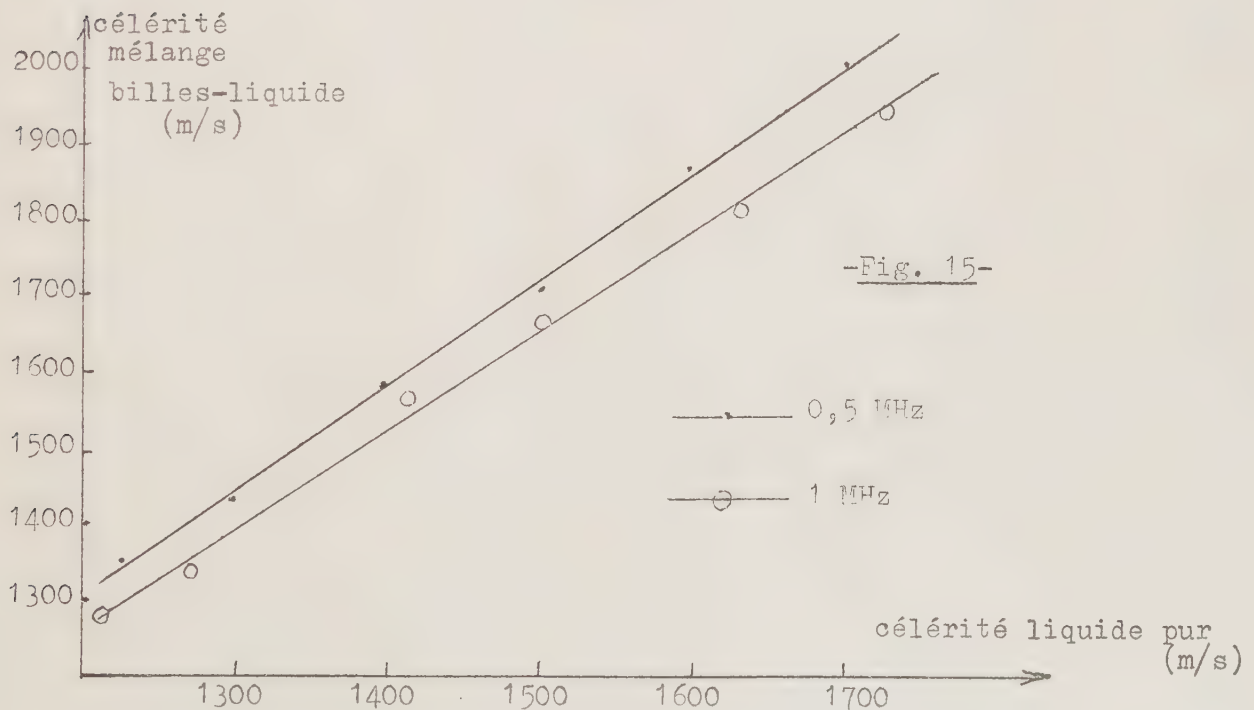
Fig. 14

- Variation de la célérité
en fonction du diamètre
des billes et du liquide
0,5 MHz.



L'observation des courbes nous conduit également à une seconde remarque : elles semblent régulièrement espacées. On peut se demander si, pour une dimension de billes donnée, il existe une relation précise et simple entre la célérité à travers l'échantillon correspondant et la célérité du liquide de base employé. Nous avons donc tracé (fig. 15) la courbe donnant la valeur de la célérité dans des échantillons composés de billes de verre de 0,7 mm immergées dans les mélanges alcool-glycérol déjà cités, en fonction de la célérité du mélange liquide de base. Nous constatons une linéarité presque parfaite. On pourrait montrer qu'il en est de même pour les autres dimensions de billes.

On peut donc dire que, pour une dimension de billes donnée, la célérité des échantillons billes-liquide varie proportionnellement à la célérité du liquide de base.



III-2-2. Résultats des mesures de célérité à 1 MHz.

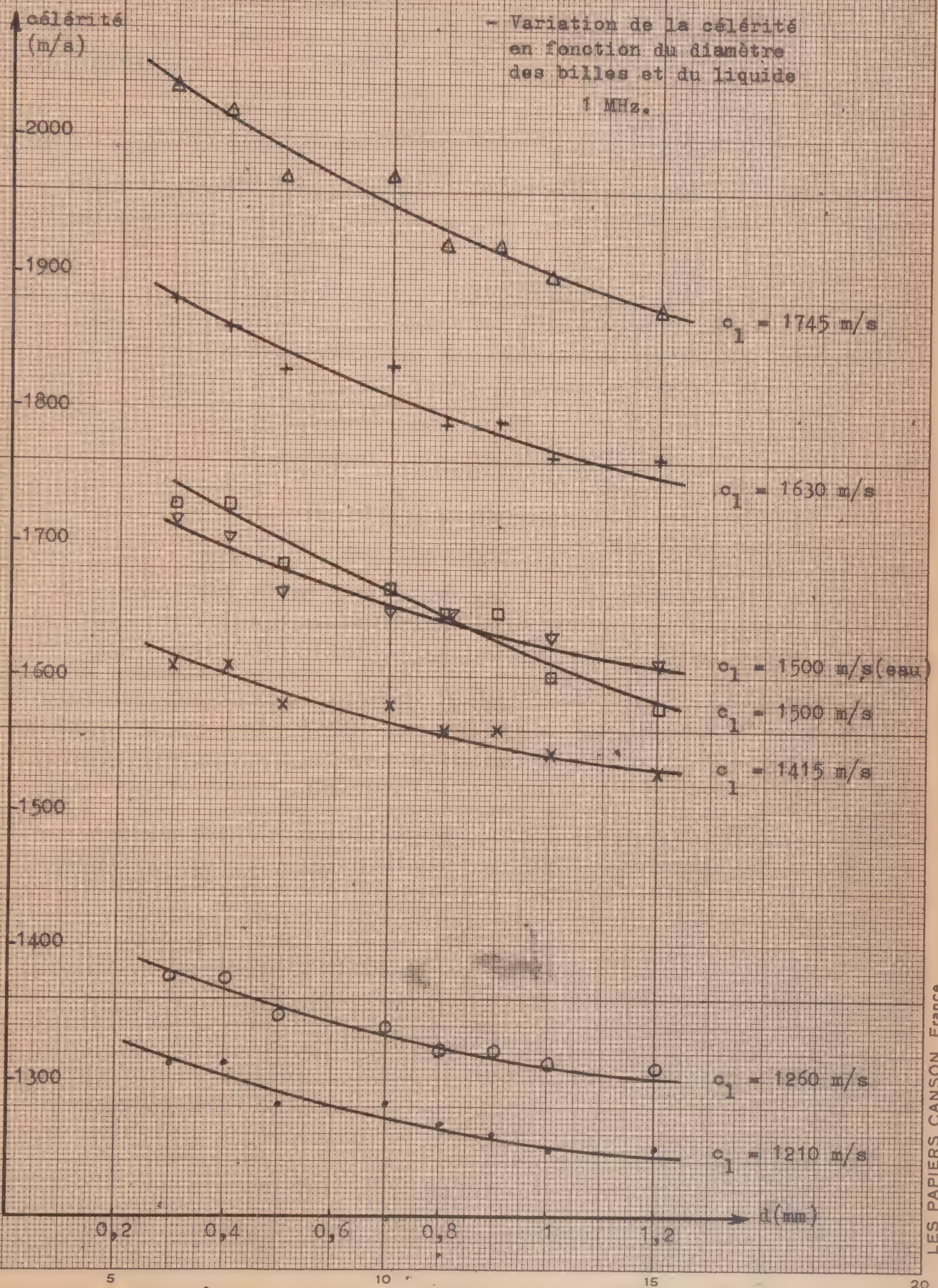
Aux résultats, relevés pour des échantillons faits avec des billes de 0,3 - 0,4 et 0,5 mm, nous en avons ajouté d'autres, obtenus en utilisant des billes de diamètre supérieur. Mais en raison du niveau très faible des échos - puisque l'atténuation est extrêmement importante - nous avons dû, pour mesurer la distance D sur l'écran de l'oscilloscope, augmenter la sensibilité, c'est-à-dire abandonner l'étalonnage des appareils : cet étalonnage ne concernant que la hauteur des échos, cela n'avait pas d'importance pour des mesures de célérités.

Nous avons ainsi pu tracer un faisceau de courbes de célérités analogue à celui que nous avons établi pour la fréquence de 0,5 MHz (fig. 16). De l'observation de ce faisceau, nous pouvons alors tirer les conclusions suivantes :

En premier lieu, la célérité diminue assez rapidement quand la dimension des billes augmente : en comparant aux courbes d'atténuation, nous constatons que la presque totalité des courbes de célérités se trouvent situées dans le domaine où l'atténuation est très importante (cf. fig. 13).

En second lieu, si nous traçons, sur la figure 15, pour des milieux constitués par des billes de 0,7 mm de diamètre, la courbe donnant la célérité dans le milieu billes-mélange alcool glycérol en fonction de la célérité du mélange liquide de base, cela à la fréquence de 1 MHz, nous trouvons encore que la célérité des échantillons billes-liquide varie proportionnellement à la célérité du liquide de base.

Fig. 16



III-3. Conclusions.

De cette étude concernant les variations d'atténuation et de célérité à travers des échantillons composés de billes en verre immergées dans différents liquides, nous pouvons déduire les conclusions générales suivantes :

1. Pour un liquide de base donné, le diamètre des billes joue un rôle déterminant sur l'atténuation et possède une influence notable sur la célérité. En ce qui concerne l'atténuation, nous avons mis en évidence l'existence d'une bande passante dont la largeur correspond à une dimension de billes bien déterminée. Le diamètre des billes utilisées semble par conséquent un paramètre d'une importance capitale.

2. Lorsque nous faisons maintenant varier la célérité du liquide de base, nous constatons que la largeur de la bande passante varie dans le même sens que cette célérité. Quant à la célérité des mélanges billes-liquides, elle varie elle aussi dans le même sens, proportionnellement à la célérité du liquide de base. Ce second paramètre revêt donc également une importance capitale pour l'étude de la propagation des ondes ultrasonores dans un milieu à structure granulaire.

En présence de ces conclusions, on peut se demander quelle peut être également l'influence de divers autres paramètres.

Nous nous souvenons que, dans tous les essais relatés jusqu'à présent, afin d'être certains de toujours réaliser le même tassement de billes, nous avons secoué les échantillons de façon à obtenir le tassement maximum. Nous nous proposons donc à présent d'examiner l'influence du tassement.

Par ailleurs, il est probable que la masse spécifique des billes utilisées doit posséder une certaine influence sur la transmission des ondes ultrasonores, puisqu'il s'agit d'ondes mécaniques. Nous étudierons donc également l'influence de ce nouveau paramètre en utilisant un nouveau type de billes.

Enfin, il se peut, pour la même raison, que la masse spécifique du liquide de base ait quelque influence également sur la transmission des ultrasons : nous examinerons donc cette question en dernier lieu.

o o

o

C H A P I T R E I V

INFLUENCE DE QUELQUES AUTRES PARAMETRES

SUR LA TRANSMISSION DES ULTRASONS

DANS LES MELANGES BILLES-LIQUIDES.

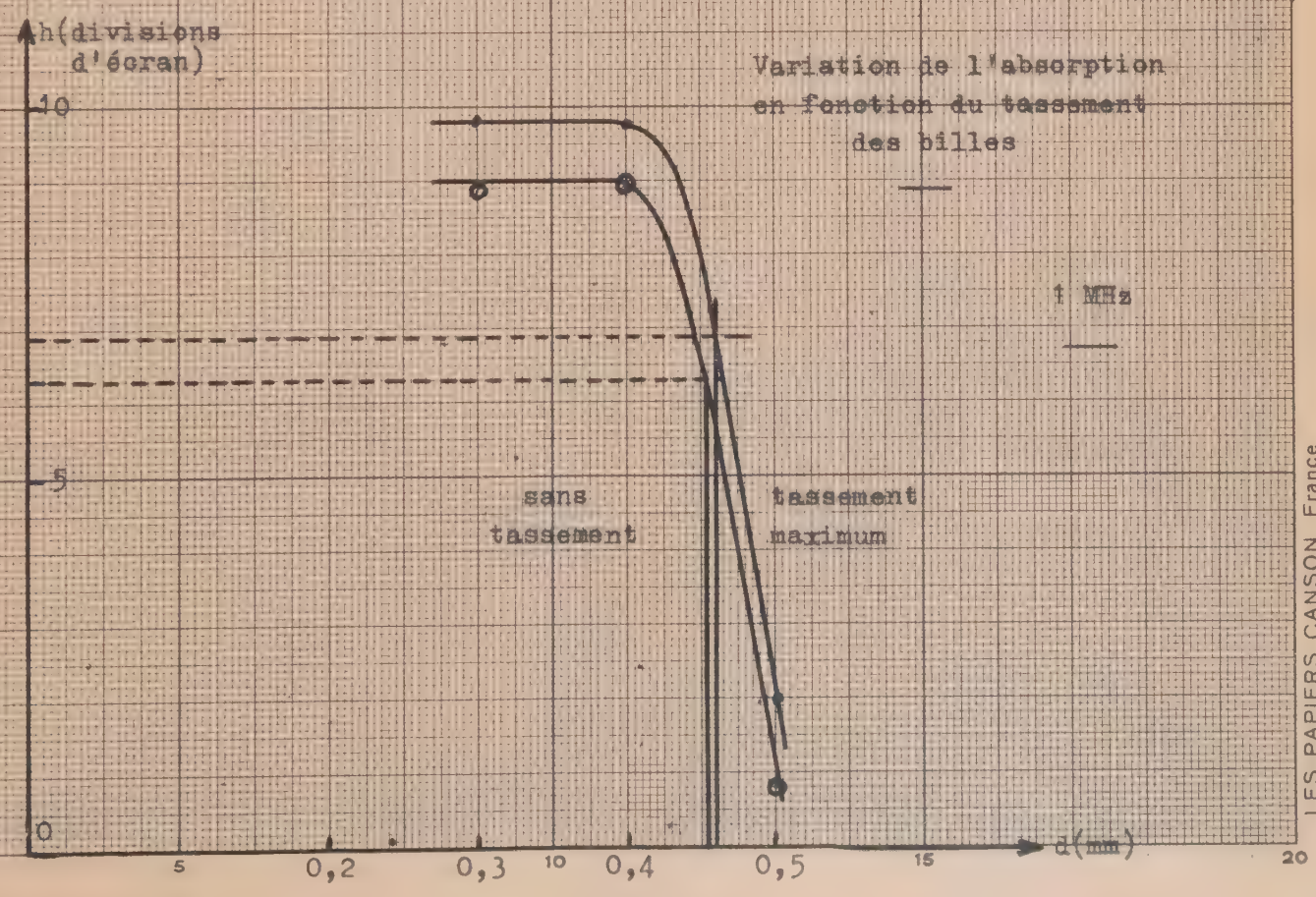
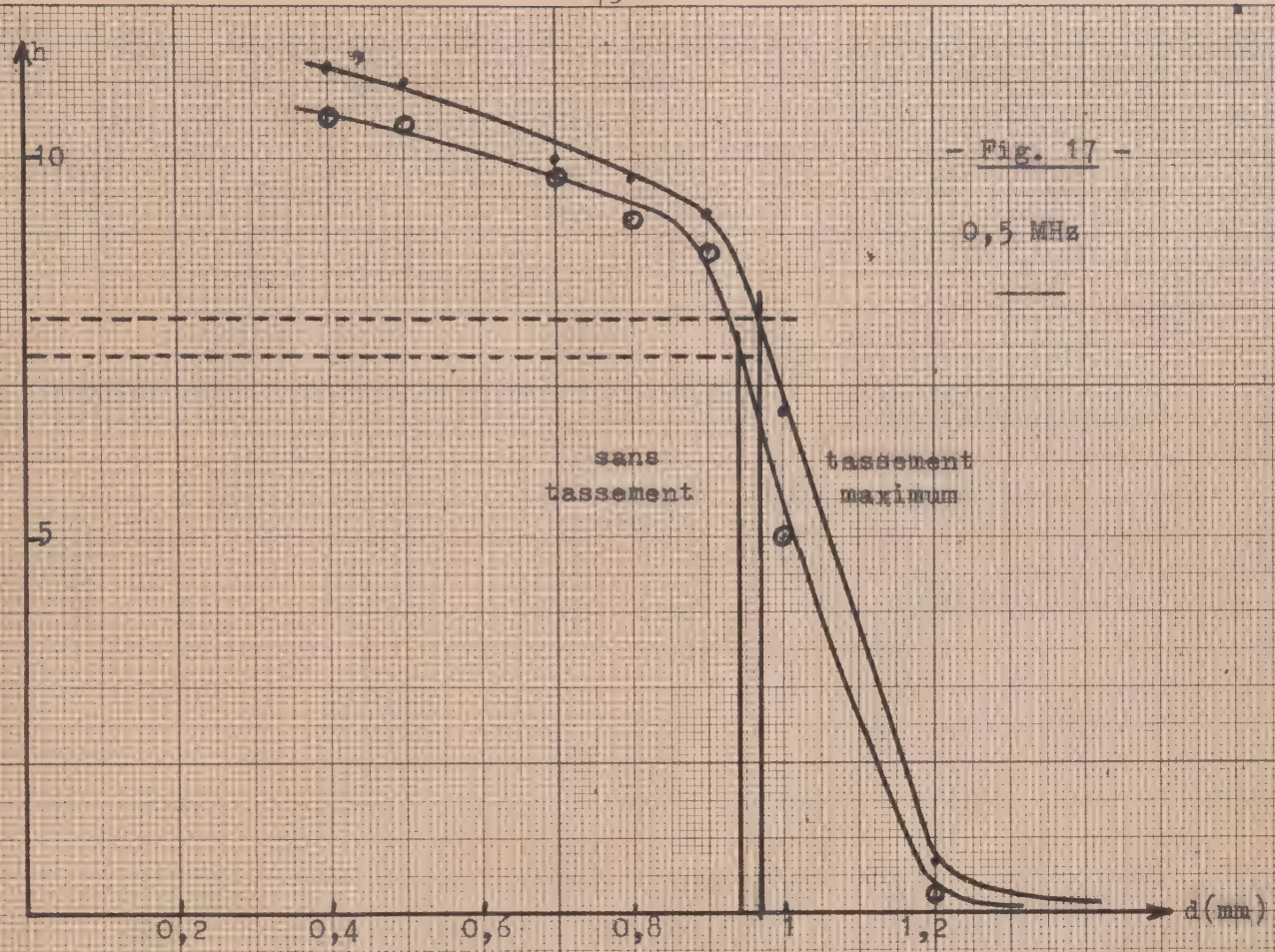
IV-1-Influence de l'indice de tassement.

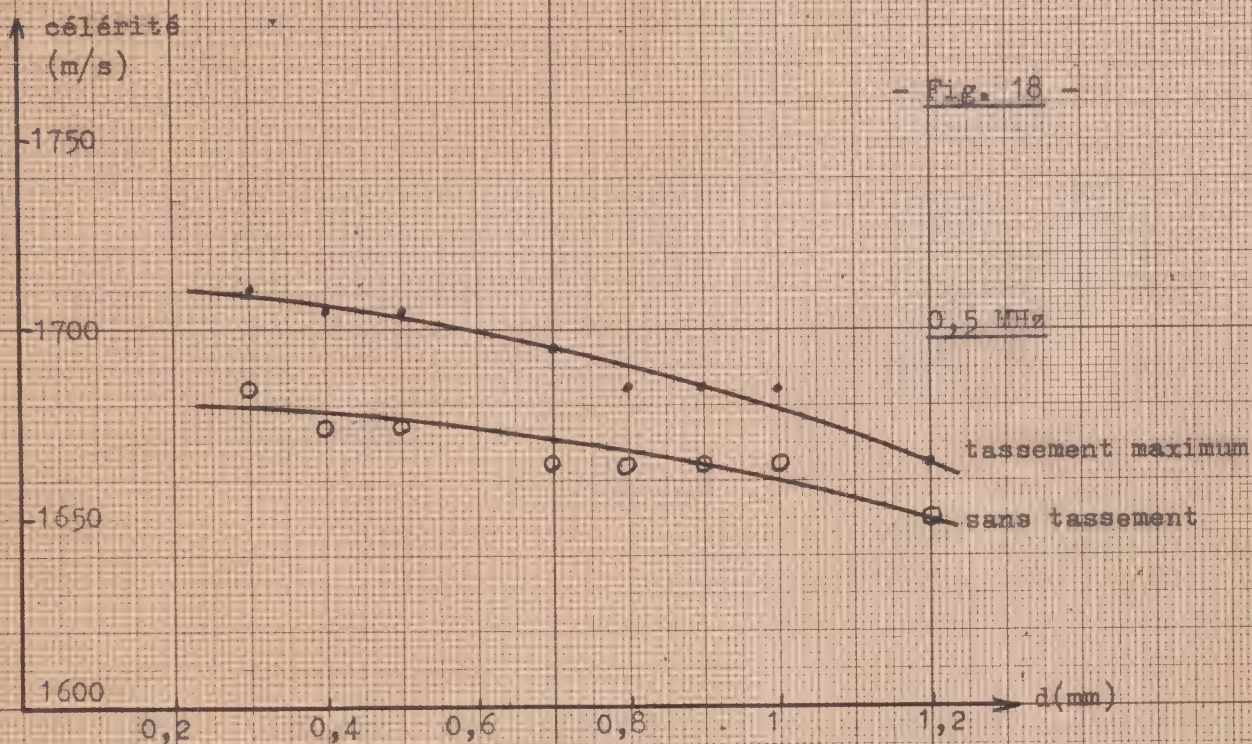
Au cours de nos essais précédents, le tassement était maximum et correspondait, comme nous l'avons dit, à un "indice de vide" de 0,52, déterminé expérimentalement. Il est clair que nous ne pouvons espérer faire varier ce tassement à volonté. Nous avons vu que la valeur minimum du tassement correspond à un indice de vide de 0,63. Nous nous limiterons donc à l'étude de la transmission d'une onde ultrasonore pour le cas de ces deux valeurs extrêmes du tassement :

indice de vide maximum : 0,63	aucun tassement
indice de vide minimum : 0,52	tassement maximum

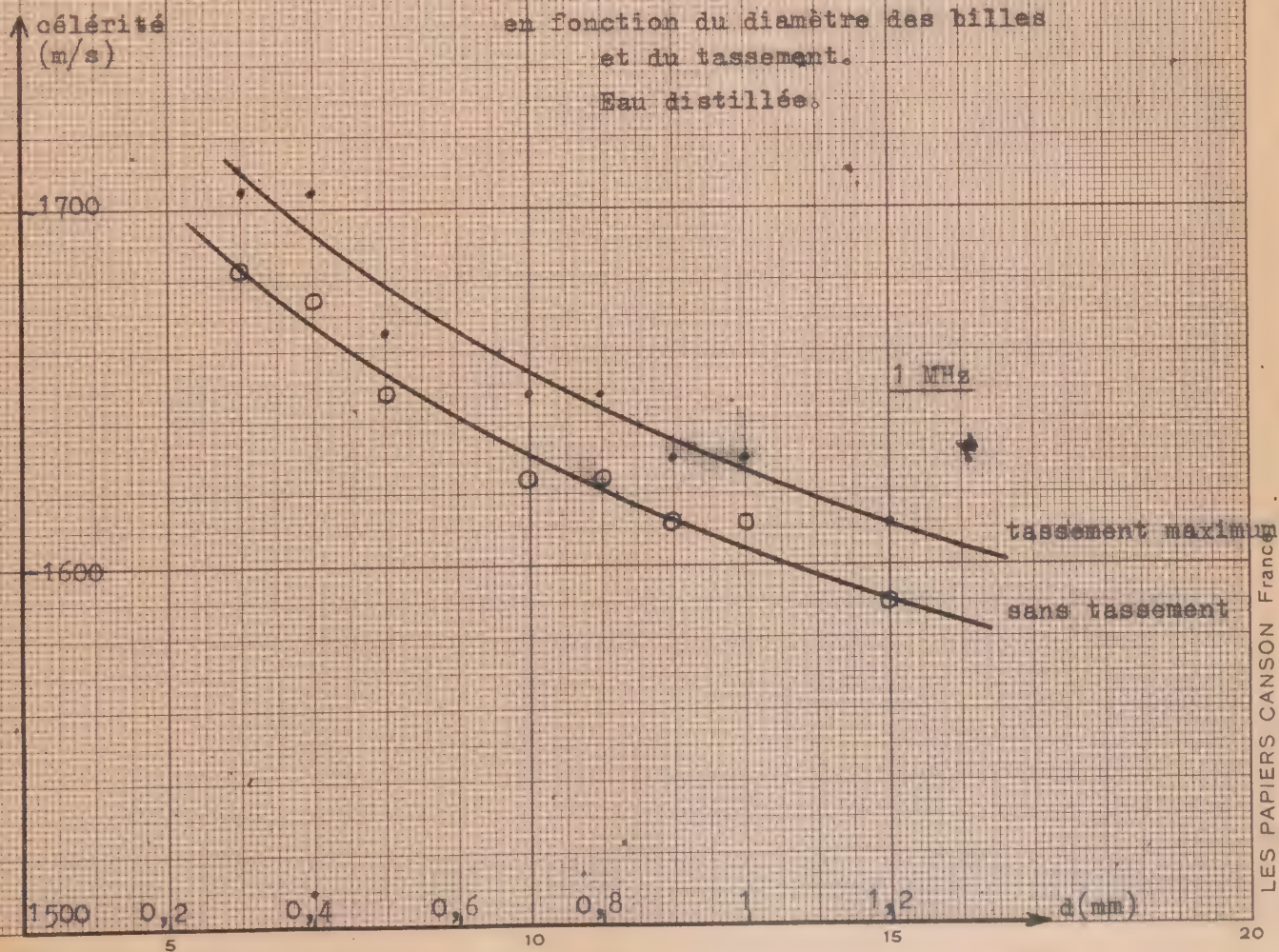
L'échantillon que nous avons utilisé est un mélange de billes de verre et d'eau distillée. La dimension des billes varie toujours dans la même gamme, c'est-à-dire entre 0,3 et 1,4 mm. Nous avons effectué ces essais successivement aux fréquences de 0,5 et 1 MHz. Pour un échantillon donné, la méthode d'essai était cette fois-ci la suivante : les billes étaient tout d'abord versées progressivement dans l'eau distillée, sans tassement d'aucune sorte; nous notions alors les deux mesures d'atténuation et de célérité, puis, l'échantillon étant tassé au maximum, nous relevions les deux nouvelles valeurs d'atténuation et de célérité.

Nous donnons ci-après (fig. 17) les courbes d'atténuation ainsi obtenues, sur lesquelles nous avons déterminé la largeur des bandes





Variation de la célérité
en fonction du diamètre des billes
et du tassement.
Eau distillée.



passantes. Pour chacune des deux fréquences, nous constatons que les résultats sont analogues : l'atténuation est moins forte lorsque les billes sont tassées au maximum, ce qui entraîne un élargissement très léger de la bande passante. Pour la fréquence de 0,5 MHz, la valeur de la dimension des billes qui limite la bande passante passe de 0,95 à 0,97 mm, tandis que, pour 1 MHz, cette valeur ne change pratiquement pas et reste voisine de 0,45 mm.

Les résultats obtenus en ce qui concerne la célérité sont représentés sur la figure 18. Nous observerons là encore la similitude des courbes pour les deux fréquences : dans les deux cas, le tassement des billes conduit à une augmentation de la célérité à travers les échantillons, mais cette augmentation demeure très faible puisqu'elle ne dépasse pas 1,2% environ.

En conclusion, on peut donc dire que l'augmentation du tassement favorise la transmission des ondes ultrasonores : il se produit un élargissement de la bande passante et une augmentation de la célérité à travers les échantillons, ces variations demeurant toutefois assez faibles.

IV-2. Influence de la masse spécifique des billes.

Les billes que nous avons utilisées jusqu'à présent étaient en verre, de masse spécifique $2,9 \text{ g/cm}^3$. Nous employons maintenant des billes en polystyrène, de masse spécifique $1,03 \text{ g/cm}^3$, afin d'étudier l'influence de la densité des billes sur la transmission d'une onde ultrasonore.

Il n'est pas possible de travailler en employant de l'eau comme milieu liquide, en raison de la faible différence de densité qui existe entre l'eau et le polystyrène, ce qui amène des difficultés de

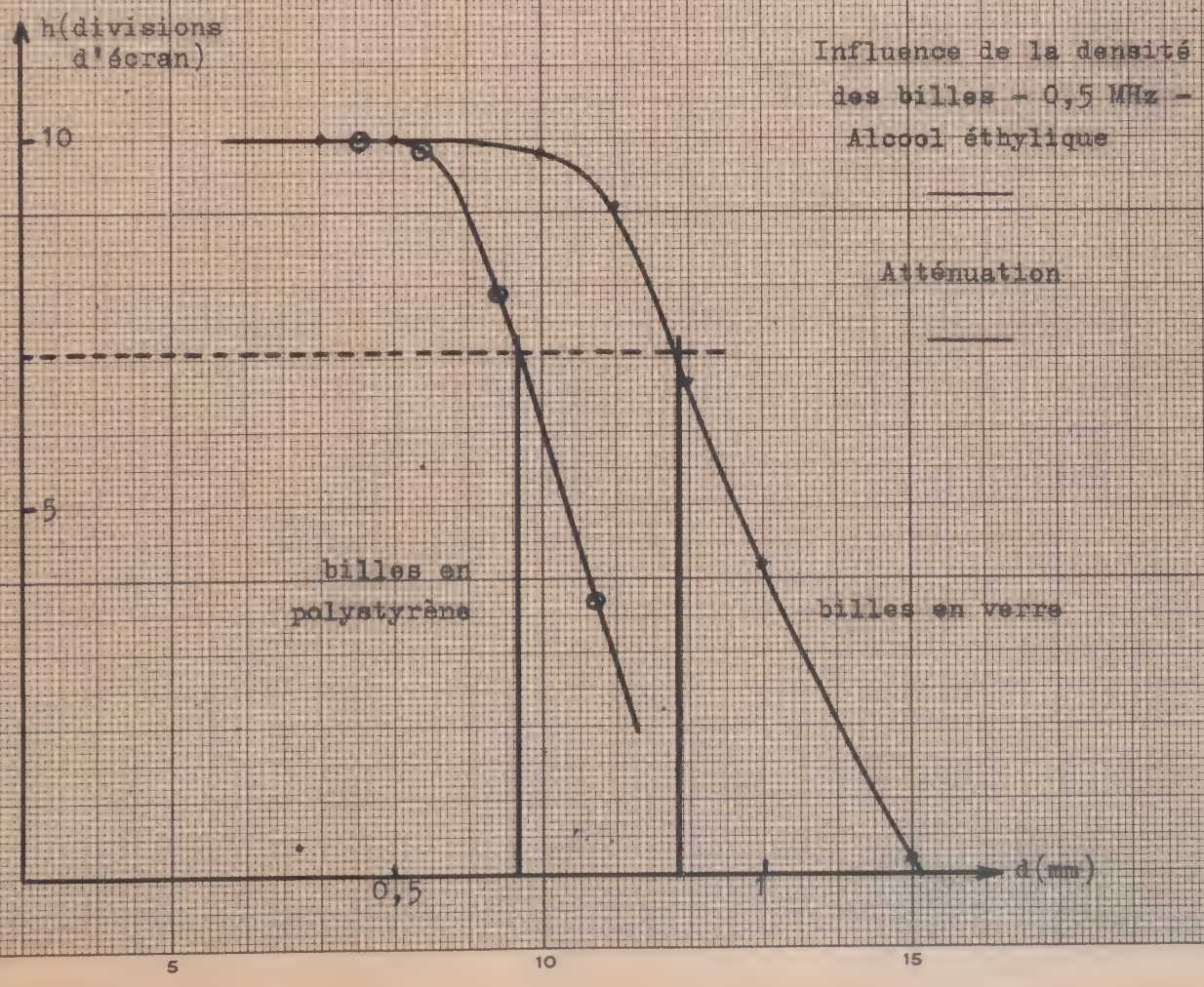
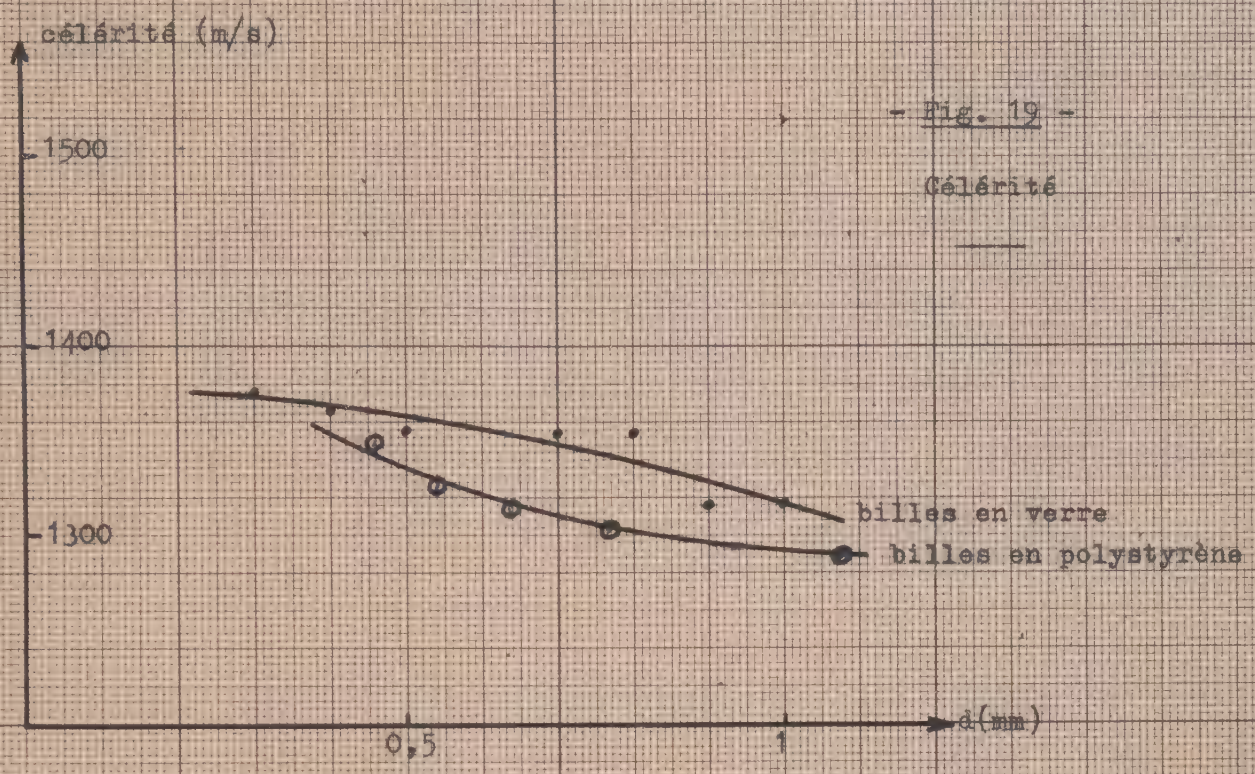
remplissage. Nous utiliserons par conséquent de l'alcool comme liquide de base. Nous pourrions aussi immerger les billes dans des mélanges alcool-glycérol correspondant aux célérités de base de 1300 et 1400 m/s. Dans aucun des cas étudiés, le tassement n'a été maximum, en raison toujours de la faible différence de densité des éléments constitutants. Comme nous avons dû cependant vibrer les échantillons afin d'éliminer les bulles d'air, nous estimons avoir atteint l'indice de vide de valeur moyenne entre le maximum et le minimum, c'est-à-dire de 0,58 environ. Les essais n'ont été réalisés que pour la fréquence de 0,5 MHz, la bande passante à 1 MHz étant révélée trop étroite pour être observable.

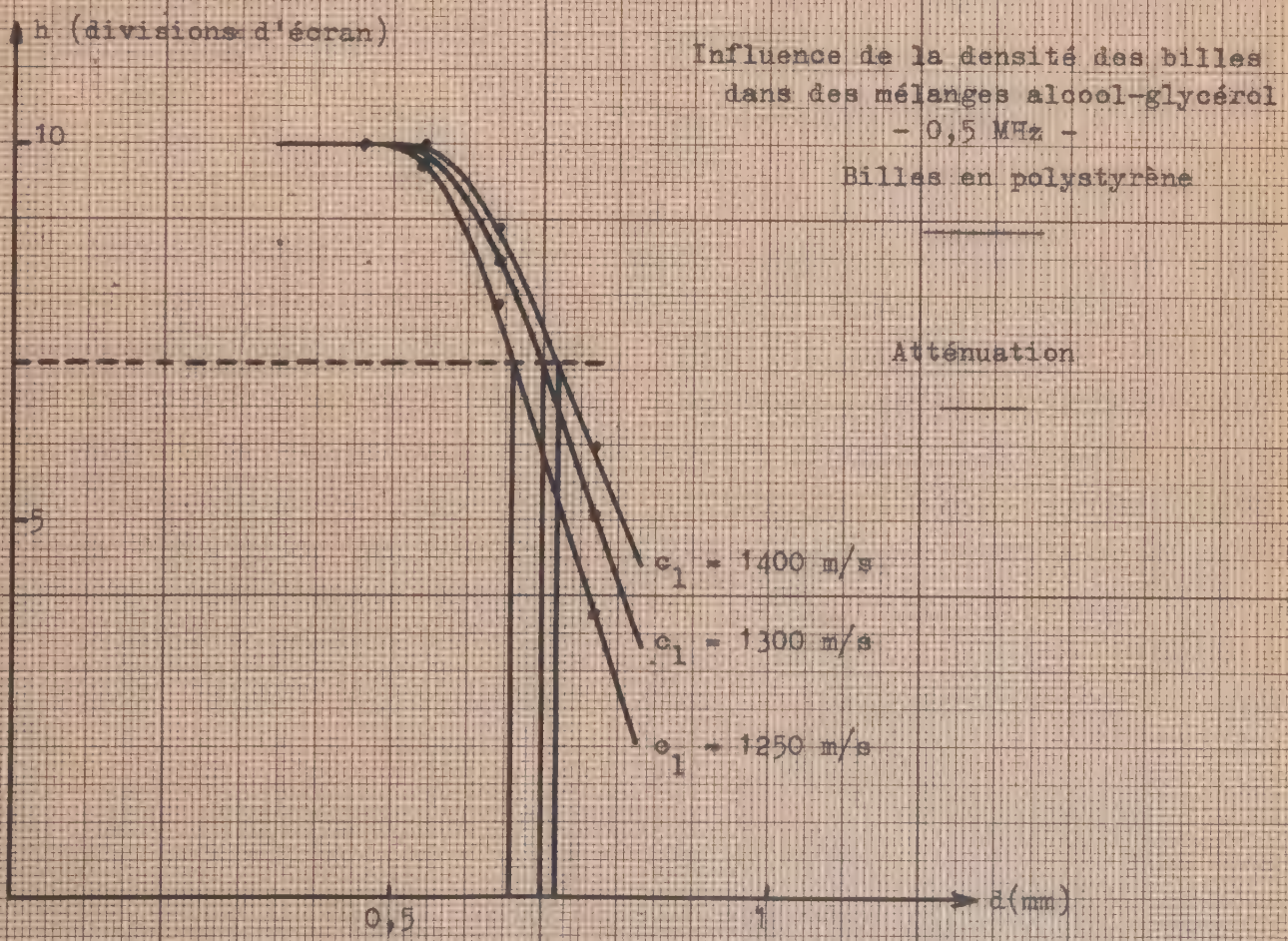
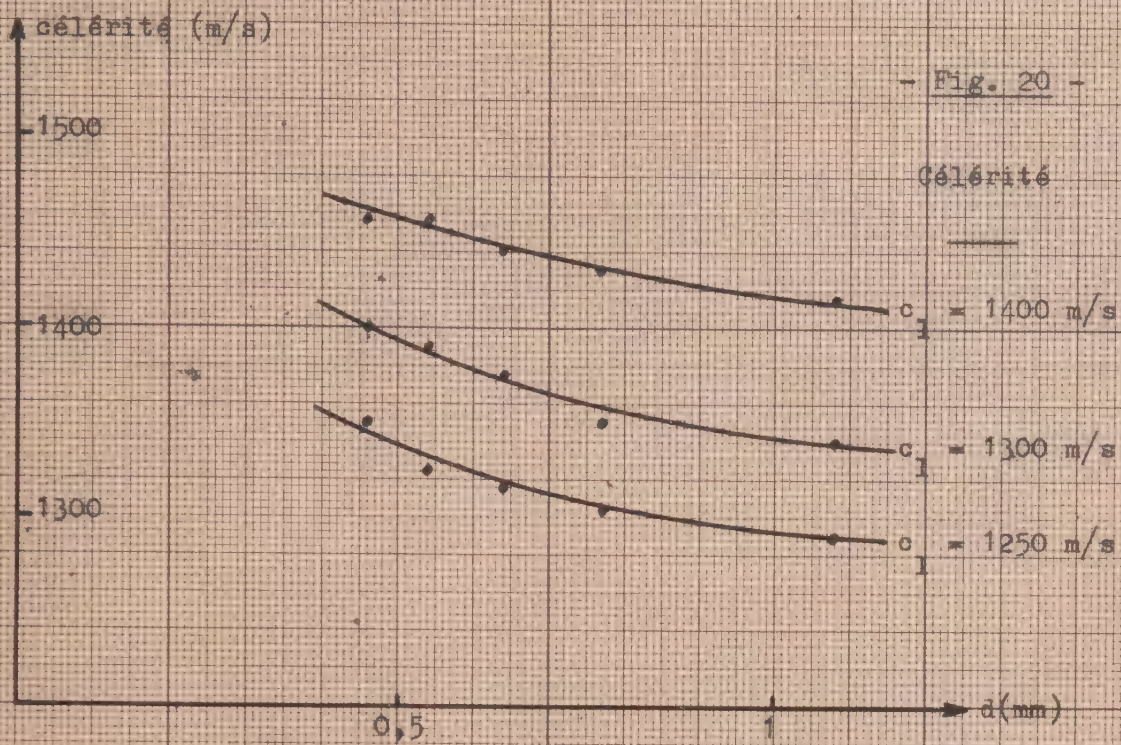
Pour des échantillons à base d'alcool pur, nous avons réuni les courbes d'atténuation et de célérité (fig. 19) correspondant aux deux types de billes : verre et polystyrène. Nous avons construit aussi (fig. 20) les courbes d'atténuation et de célérité pour des billes de polystyrène plongées successivement dans des liquides ayant les célérités respectives de 1250-1300 et 1400 m/s. L'examen de ces résultats nous conduit aux observations suivantes :

Dans de l'alcool pur, en ce qui concerne l'atténuation, la bande passante correspondant aux billes en polystyrène est beaucoup plus étroite que celle relative aux billes en verre (respectivement 0,66 et 0,88 mm). D'autre part, lorsque la célérité du liquide de base augmente, la bande passante relative aux billes en polystyrène augmente également :

C_o (m/s)	1250	1300	1400
B(mm)	0,66	0,70	0,72

Nous retrouvons là un résultat déjà acquis à propos des billes en verre.





Quant à la célérité à travers les échantillons, nous constatons d'abord qu'elle décroît lorsque le diamètre des billes augmente. D'autre part, les célérités croissent légèrement lorsque, dans de l'alcool pur, nous passons des billes en polystyrène aux billes en verre. Si nous faisons maintenant varier la célérité du liquide de base, pour des billes en polystyrène, nous constatons que la célérité du mélange augmente en fonction de la célérité du liquide, comme dans le cas des billes en verre immergées dans les mélanges alcool-glycérol.

Avant de conclure, nous devons remarquer qu'il nous a été impossible de faire varier la masse spécifique des billes sans agir en même temps sur la célérité des ultrasons dans ces billes. Comme on ne peut atteindre directement par l'expérience la valeur de cette célérité - par suite de la structure granulée du matériau - nous avons dû adopter les valeurs fournies par des tables de constantes. Nous avons ainsi choisi les célérités suivantes :

verre :	4700 m/s	(valeur moyenne)
polystyrène:	1600 m/s	(valeur calculée)

Cette incertitude sur la valeur exacte des célérités (surtout en ce qui concerne le polystyrène) nous empêche de tirer des conclusions sûres en ce qui concerne l'influence de la seule densité des billes. Il semble toutefois qu'on puisse dire que la bande passante augmente en fonction de la densité des billes. Sans doute serait-il intéressant, par la suite, d'examiner de plus près ce problème, en cherchant des matériaux de différentes densités mais de célérité à peu près constante. On peut d'ailleurs imaginer également le cas complémentaire : faire varier la célérité du matériau sans faire varier sa densité. Cela suppose qu'on puisse trouver les matériaux adéquats, et sous forme granulée.

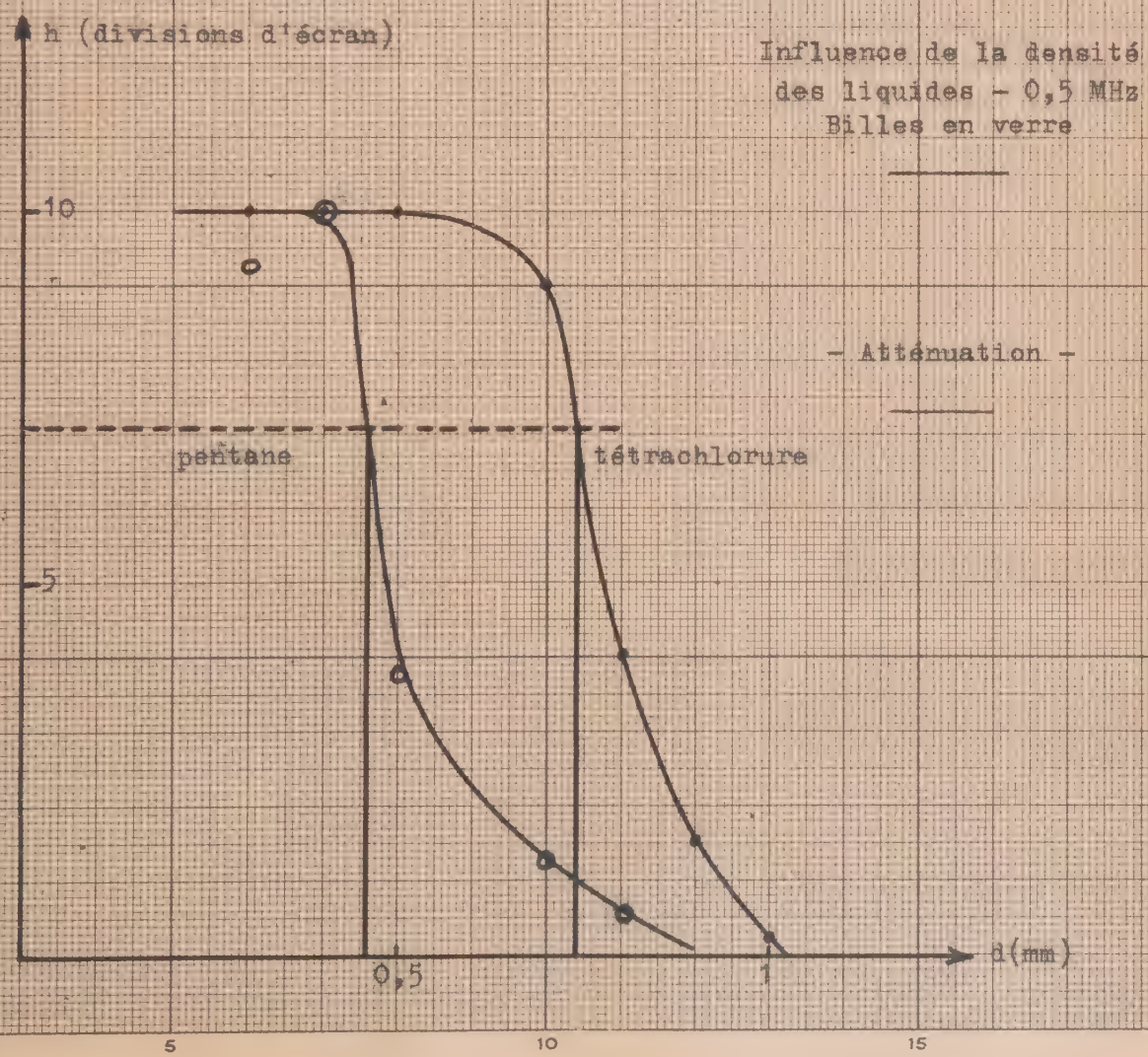
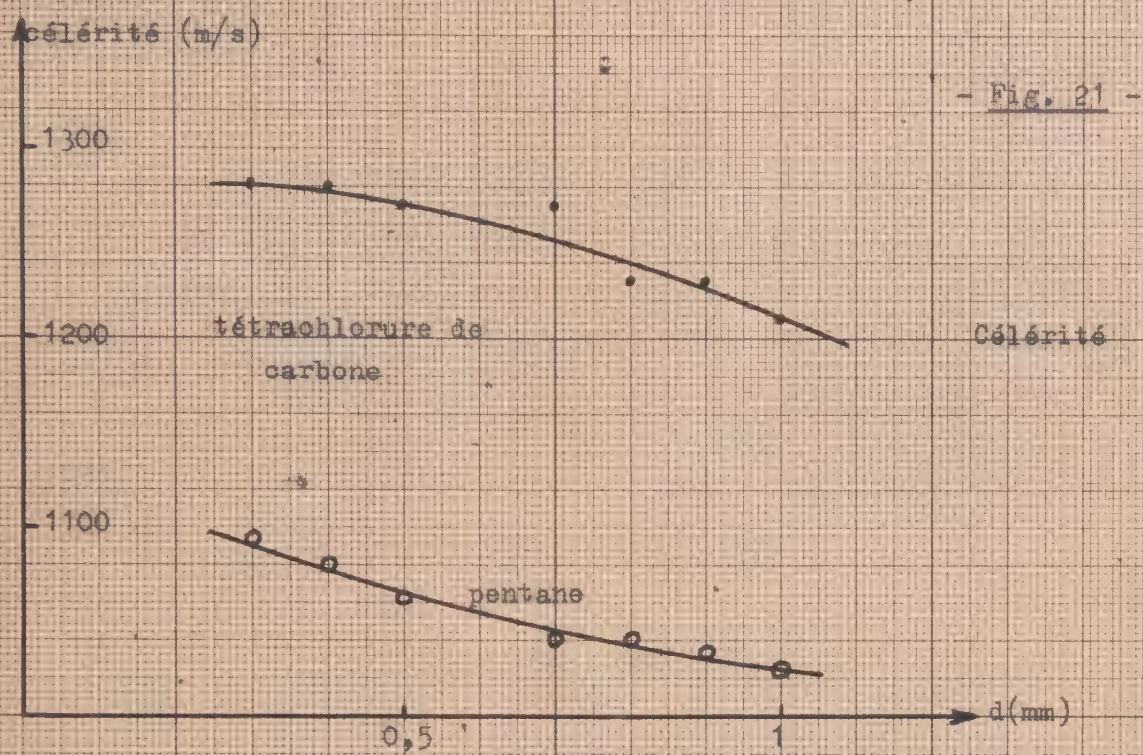
IV-3. Influence de la masse spécifique du liquide.

La masse spécifique des liquides utilisés dans nos essais précédents variait, selon les échantillons, entre 0,81 et 1,14 g/cm³ : cette variation était suffisamment faible pour qu'on puisse dire que la variation de célérité était le paramètre prépondérant. Nous allons utiliser à présent deux nouveaux liquides, le pentane (C₅H₁₂) et le tétrachlorure de carbone (C Cl₄) pour lesquels le paramètre prépondérant est la masse spécifique. En effet, nous avons :

Liquide	Masse spécifique (g/cm ³)	Célérité mesurée (m/s)
Pentane	0,62	1070
Tétrachlorure de carbone	1,59	980

Les billes employées pour cette série d'essais sont en verre. Nous avons encore travaillé uniquement à la fréquence de 0,5MHz, la bande passante étant trop étroite à 1 MHz. Nous donnons ci-après (fig. 21) les résultats d'atténuation et de célérité pour chacun de ces deux types d'échantillons.

En ce qui concerne l'atténuation, l'observation des courbes nous montre clairement que la bande est beaucoup plus grande pour C Cl₄ que pour C₅H₁₂ (0,74 contre 0,46 mm), c'est-à-dire qu'elle varie dans le même sens que la densité du liquide. Au cours des essais précédents, nous avons pu constater que la bande passante augmentait avec la célérité du liquide de base; or nous remarquons ici que la célérité dans C Cl₄ est plus faible que celle dans C₅H₁₂. On peut donc en déduire que la densité du liquide joue, elle aussi, un rôle important sur la limite de la bande passante.



Quant à la célérité, elle donne lieu aux observations suivantes : elle décroît lorsque le diamètre des billes croît, cette diminution s'accroissant dès que nous atteignons la zone d'atténuation élevée. D'autre part, bien que la célérité dans CCl_4 soit plus faible que dans C_5H_{12} , la célérité à travers les mélanges billes-tétrachlorure est beaucoup plus forte que celle à travers les mélanges billes-pentane. La densité du liquide semble donc jouer aussi un rôle important sur la célérité du milieu complexe billes-liquide.

En conclusion, nous pouvons donc affirmer que la densité du milieu interstitiel, dans un milieu à structure granulaire, exerce une influence notable sur la transmission d'une onde ultrasonore : la bande passante, de même que la célérité, semblent augmenter avec cette densité.

o o

o

C H A P I T R E V

CONSIDERATIONS THEORIQUES.

COMPARAISON AVEC LES RESULTATS EXPERIMENTAUX.

Introduction.

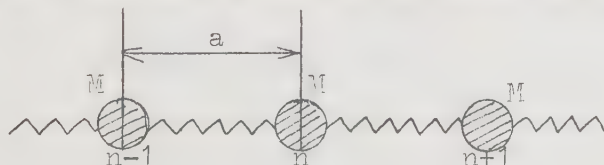
Nous avons obtenu, expérimentalement, un certain nombre de résultats relatifs les uns à la largeur de la bande passante, les autres à la valeur de la célérité des ultrasons dans un milieu à structure granulaire. Nous nous proposons, dans ce chapitre, de confronter ces résultats avec ceux que l'on peut obtenir par des considérations théoriques.

De même que, dans l'étude expérimentale, nous avons étudié successivement le cas de l'atténuation et celui de la célérité, de même, dans l'étude théorique, nous verrons aussi séparément et successivement d'abord le cas de l'atténuation, puis celui de la célérité.

V-1. Considérations théoriques au sujet de la bande passante.

V-1-1. Transmission d'une onde mécanique dans une suite linéaire de particules.

MM. FLEURY et MATHIEU (4) ont examiné théoriquement la transmission d'une onde longitudinale dans une file rectiligne (fig. 22) constituée par un nombre illimité de masses ponctuelles M équidistantes, réunies par des ressorts identiques de masse négligeable, de longueur a à l'équilibre, obéissant à la loi de Hooke, et de raideur K . L'équation



- Fig. 22 -

du mouvement pour la particule de rang n est, en supposant que seules agissent sur cette particule les particules de rangs $(n-1)$ et $(n+1)$:

$$(1) \quad M \frac{d^2 u_n}{dt^2} = -K (2 u_n - u_{n+1} - u_{n-1})$$

u_n étant le déplacement de la masse M_n de sa position d'équilibre.

Cette équation admet une solution de la forme :

$$u_n = A \sin 2\pi \left(Ft - \frac{na}{\lambda} \right) \quad \left| \begin{array}{l} F \text{ étant la fréquence} \\ \lambda \text{ la longueur d'onde} \end{array} \right.$$

De même nous aurons :

$$u_{n+1} = A \sin 2\pi \left(Ft - \frac{(n+1)a}{\lambda} \right)$$

$$\text{et} \quad u_{n-1} = A \sin 2\pi \left(Ft - \frac{(n-1)a}{\lambda} \right)$$

En substituant ces valeurs dans l'équation (1), nous obtenons la fréquence de l'onde longitudinale :

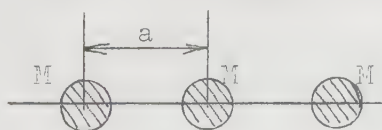
$$F = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \cdot \sin \frac{\pi a}{\lambda}$$

Nous voyons que les fréquences possibles seront toujours inférieures à une certaine valeur déterminée par la nature de la suite de particules, la valeur maximum étant atteinte pour le cas où nous avons

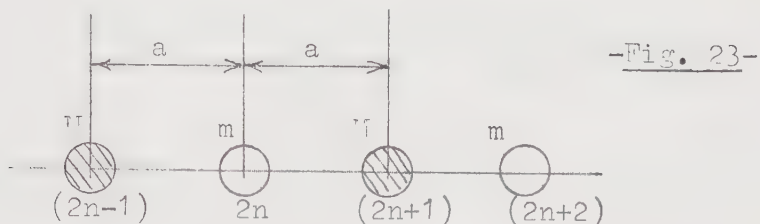
$\sin \frac{\pi a}{\lambda} = 1$ c'est-à-dire $a = \frac{\lambda}{2}$, ce qui donne :

$$F_{\max} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$$

Ch. KITTEL (9) fait un raisonnement exactement identique pour une suite d'atomes de même nature, de masse M , distants l'un de l'autre de a . Il parvient à la même condition de transmission.



Mais il a, en plus, étudié le cas où les atomes ne sont plus identiques: il place cette fois-ci deux types d'atomes différents alternés selon le schéma de la figure 23. Leurs masses respectives sont m et M et ils sont encore distants l'un de l'autre de a .



Soit u_{2n} le déplacement de l'élément $2n$ de sa position d'équilibre, et γ le coefficient de transmission de la force. Les équations de mouvement des particules $(m)_{2n}$ et $(M)_{2n+1}$ sont :

$$(2) \quad \begin{cases} m \frac{d^2 u_{2n}}{dt^2} = -\gamma (2 u_{2n} - u_{2n-1} - u_{2n+1}) \\ M \frac{d^2 u_{2n+1}}{dt^2} = -\gamma (2 u_{2n+1} - u_{2n} - u_{2n+2}) \end{cases}$$

En supposant qu'il n'y ait pas d'atténuation au cours de la propagation, ces équations admettent des solutions de la forme :

$$\begin{cases} u_{2n} = \xi \sin 2\pi \left(Ft - \frac{2na}{\lambda} \right) \\ u_{2n+1} = \eta \sin 2\pi \left[Ft - \frac{(2n+1)a}{\lambda} \right] \end{cases}$$

Nous obtenons, après substitution de ces valeurs dans les équations (2), le système d'équations en ξ et η :

$$\begin{cases} -m \xi \omega^2 = -2\gamma \xi + 2\gamma \eta \cdot \cos \frac{2\pi a}{\lambda} \\ -M \eta \omega^2 = -2\gamma \eta + 2\gamma \xi \cdot \cos \frac{2\pi a}{\lambda} \end{cases}$$

Le déterminant des coefficients de ce système doit être nul pour obtenir des solutions non triviales, ce qui nous conduit à la relation suivante :

$$\omega^2 = \gamma \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) \pm \gamma \left[\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right)^2 - \frac{4 \sin^2 ka}{Mm} \right]^{1/2}$$

$$\left| \begin{array}{l} \omega \text{ est défini par la relation } \omega = 2\pi F \\ k \text{ est le "nombre d'onde" } k = 2\pi/\lambda \end{array} \right.$$

Cela nous donne une première gamme de fréquences possibles pour F, dont les limites sont les suivantes :

Pour ka petit, c'est-à-dire pour $a \ll \lambda$ nous avons

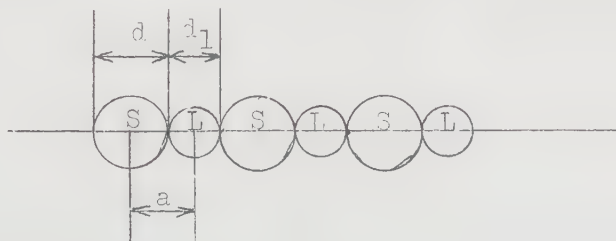
$$F^2 = \frac{k^2 a^2}{4\pi^2} \cdot \frac{2\gamma}{M+m}$$

Pour $ka = \frac{\pi}{2}$ c'est-à-dire pour $a = \frac{\lambda}{4}$ et dans le cas où $m > M$ nous avons :

$$F^2 = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{2\gamma}{m}$$

Essayons de transposer ce modèle au type de structure que nous avons étudié expérimentalement : assimilation du milieu granulé à une succession alternée de billes solides et de billes liquides.

Notre hypothèse de base est la suivante : nous supposons que la totalité du volume de liquide est constituée par des "billes", qui sont ainsi en contact avec des billes solides. Nous aurons donc une succession alternée de billes solides et de billes liquides :



Cherchons le diamètre des "billes de liquide" équivalentes.

Soit v_l le volume de liquide et V_b le volume de billes; ces deux valeurs sont liées par la relation : $V_l/V_b = e$ (e étant l'indice de vide). En supposant le milieu constitué par un ensemble billes solides-billes liquides, cette relation doit rester valable pour un couple de particules solide-liquide. Nous pouvons donc écrire :

$$\frac{d_l^3}{d^3} = e \quad \left| \begin{array}{l} d_l = \text{diamètre de la particule liquide} \\ d = \text{diamètre de la bille solide.} \end{array} \right.$$

D'où le diamètre d'une "particule liquide équivalente", en fonction du diamètre d , connu, des billes solides :

$$d_l = d \cdot \sqrt[3]{e}$$

Si nous comparons au modèle théorique de KITTEL, nous trouvons comme valeur de la distance a entre deux particules successives :

$$a = \frac{d(1 + \sqrt[3]{e})}{2}$$

Pour un indice de vide moyen de $e = 0,58$, nous trouvons $a \approx 0,92 d$.

D'après le calcul de KITTEL, il ne peut y avoir propagation sans atténuation d'une onde longitudinale sinusoïdale à travers un tel milieu, que si nous avons la relation :

$$a \leq \frac{\lambda}{4}$$

Cela nous donne une relation entre d et λ en remplaçant dans l'inégalité a en fonction de d ; nous avons ainsi : $d \leq \frac{\lambda}{3,68}$. Nous en déduisons la valeur de la "bande passante" :

$$(3) \quad B = \frac{\lambda}{3,68}$$

Essayons donc maintenant de confronter ce résultat avec nos résultats expérimentaux. Au cours de nos expériences concernant les billes de verre immergées dans un mélange d'alcool et de glycérol,

nous avons mesuré la valeur de la célérité à travers chaque échantillon: ces résultats nous permettent de calculer la longueur d'onde dans chaque cas, d'après la relation $\lambda = C/F$. Nous pouvons alors établir le rapport $\lambda/(B_{\text{exp}})$ correspondant à la limite vers le haut de la bande passante pour chaque série d'échantillons. Nous calculons également la valeur de la bande passante à l'aide de la relation (3) pour chaque type d'échantillon. Nous obtenons , à 0,5 MHz, les résultats suivants (fig. 24 a) :

C_o (m/s)	1225	1300	1400	1500	1600	1700
C_m (m/s)	1350	1430	1570	1700	1860	2000
$\lambda_{(mm)} = C_m/F$	2,70	2,86	3,14	3,40	3,72	4,00
B_{exp} (mm)	0,88	0,91	0,96	1,01	1,06	1,11
λ / B_{exp}	3,07	3,14	3,27	3,36	3,50	3,60
$B_{1\text{calc}}$ (mm)	0,73	0,78	0,85	0,92	1,01	1,09

-Fig. 24 a -

Nous pouvons établir un tableau analogue pour les autres cas étudiés, concernant l'influence de divers autres paramètres : tassement, densité des billes, densité des liquides (fig. 24 b).

Conditions	Aucun tassement	Tassement maximum	Billes polystyr.	Pentane	Tétra-chlorure
C_m	1665	1700	1320	1060	1260
$\lambda = C_m/F$	3,33	3,40	2,64	2,12	2,52
B_{exp}	0,94	1,01	0,67	0,46	0,74
λ / B_{exp}	3,54	3,36	3,94	4,60	3,40
$B_{1\text{calc}}$	0,91	0,92	0,72	0,58	0,69

-Fig. 24 b-

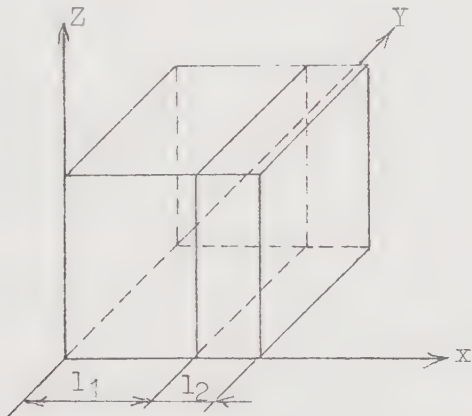
Nous constatons, d'après ces deux tableaux, que dans tous les cas - excepté pour l'essai concernant le pentane qui, à la suite de difficultés expérimentales, s'est révélé assez imprécis - la valeur expérimentale de λ/B_{exp} est de l'ordre de grandeur de la valeur théorique de 3,68 indiquée précédemment.

V-1-2. Théorie du milieu feuilleté.

Melle GAULARD (5) avait essayé d'assimiler un milieu à structure granulaire composé de grains de matériau 1 liés ensemble à l'aide d'un matériau interstitiel 2 à un milieu feuilleté composé de couches alternatives et successives de matériaux 1 et 2.

Essayons de voir ce que donne cette représentation dans le cas particulier où nous avons des billes immergées dans un liquide.

Soit alors un parallélépipède de côtés dx , dy , dz , constitué d'un feuillet de solide de longueur l_1 et d'un feuillet de liquide de longueur l_2 .



Nous poserons par hypothèse $dx = d$ (d étant le diamètre des billes). Cherchons quelles sont les valeurs que nous devons donner aux épaisseurs l_1 et l_2 des deux feuillets pour satisfaire aux conditions physiques de notre milieu.

Si le volume total est $V = dx \cdot dy \cdot dz$, et si nous appelons V_b et V_l les volumes respectifs de solide et de liquide, nous devons avoir :

$$\left| \begin{array}{l} V_l / V_b = e \text{ (indice de vide)} \\ V_l + V_b = V \end{array} \right.$$

Nous obtenons alors, par un calcul simple :

$$\left| \begin{array}{l} l_1 = \frac{1}{e + 1} \cdot d \\ l_2 = \frac{e}{e + 1} \cdot d \end{array} \right.$$

avec $L = l_1 + l_2 = d$

Rappelons maintenant la méthode de calcul de la bande passante dans un tel milieu feuilleté. Chacun des milieux constituant les feuillets sera caractérisé par sa masse spécifique ρ , sa célérité C , et deux coefficients f et g liés à l'absorption. Dans ces conditions, pour chacun des milieux, les équations de propagation sont de la forme :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} = - (f + j\omega\rho) u \\ \frac{\partial u}{\partial x} = - (g + j\frac{\omega}{E}) p \end{cases}$$

p étant la pression et u la vitesse. Quand il y a propagation d'une onde longitudinale à travers le milieu feuilleté, nous devons avoir continuité des vitesses et des pressions sur chacune des surfaces de séparation. Pour simplifier le calcul, nous supposerons que l'absorption propre à chacun des milieux est nulle ce qui revient à faire $f = g = 0$. Nous obtenons ainsi une condition reliant $\rho_1, C_1, l_1, \rho_2, C_2, l_2$, et C la célérité dans le milieu total :

$$(4) \quad \cos \beta L = \frac{(Z_1 + Z_2)^2}{4 Z_1 Z_2} \cos(\beta_1 l_1 - \beta_2 l_2) - \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{4 Z_1 Z_2} \cos(\beta_1 l_1 + \beta_2 l_2)$$

où $Z = \rho \cdot C$ et $\beta = 2\pi F/C$

Les indices 1 et 2 se rapportent à chacun des 2 milieux et L , comme nous l'avons vu, est la longueur totale d'un couple de feuillets liquide-solide. Pour que cette équation admette une solution, il faut que l'on ait :

$$-1 \leq \cos \beta L \leq +1$$

Cette condition s'exprime sous la forme d'une double inégalité :

$$y_3 \leq y_1 \leq y_2 \quad \text{avec :}$$

$$\begin{cases} y_1 = \frac{(Z_1 + Z_2)^2}{4 Z_1 Z_2} \cos(\beta_1 l_1 + \beta_2 l_2) \\ y_2 = 1 + \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{4 Z_1 Z_2} \cos(\beta_1 l_1 - \beta_2 l_2) \\ y_3 = -1 + \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{4 Z_1 Z_2} \cos(\beta_1 l_1 - \beta_2 l_2) \end{cases}$$

L'obéissance à cette condition détermine la largeur de la bande passante.

A l'aide de cette méthode, nous avons effectué les calculs correspondant aux mesures que nous avons réalisées.

Pour les échantillons billes de verre - mélanges alcool-glycérol, à 0,5 et 1 MHz, nous avons obtenu les résultats présentés sur les tableaux 25 et 26 ci-dessous. Nous les comparons aux résultats expérimentaux fournis par nos mesures. La bande passante B est exprimée en millimètres, c'est le diamètre des billes pour lequel l'atténuation devient très importante. Dans ces tableaux, nous caractérisons le mélange alcool-glycérol dans lequel les billes sont immergées par sa célérité C_1 .

C_1 (m/s)	1225	1300	1400	1500	1600	1700
$B_{2calc.}$ (mm)	0,86	0,93	1,04	1,16	1,27	1,37
$B_{exp.}$ (mm)	0,88	0,91	0,96	1,01	1,06	1,11

-Fig. 25-: Résultats à 0,5 MHz.

C_1 (m/s)	1225	1300	1400	1500	1600	1700
$B_{2calc.}$ (mm)	0,43	0,46	0,52	0,58	0,63	0,68
$B_{exp.}$ (mm)	0,45	0,46	0,46	0,47	0,47	0,47

-Fig. 26- Résultats à 1 MHz.

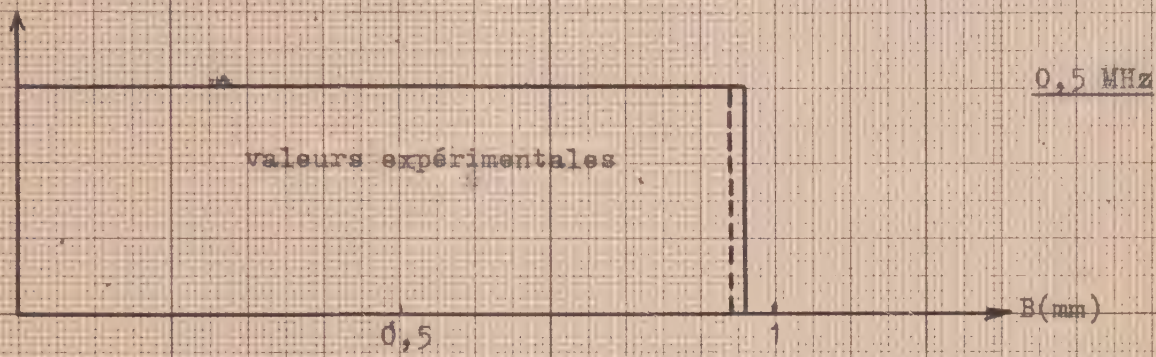
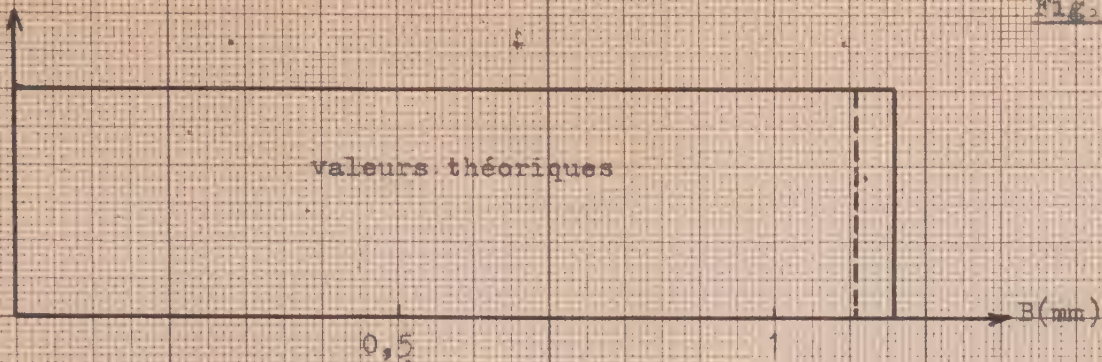
Nous constatons en premier lieu que, dans les deux cas, à 0,5 et à 1 MHz, les valeurs théorique et expérimentale coïncident assez bien pour les liquides de faible célérité mais que, ensuite, elles divergent lorsque C_1 augmente, la valeur expérimentale étant inférieure à la valeur théorique.

Examinons à présent, à l'aide de cette représentation du milieu feuilleté, l'influence du tassement des billes en verre dans l'eau distillée, à 0,5 et 1 MHz. Pour des tassements correspondant respectivement à $e = 0,52$ et $e = 0,63$, nous reproduisons les résultats donnés par le calcul sur la figure 27. Sur la même figure, nous reportons aussi les résultats correspondants fournis par l'expérience. Nous constatons d'abord que nous retrouvons bien par le calcul le fait que la largeur de la bande passante augmente avec le tassement. D'autre part, nous vérifions que, lorsque le tassement passe du minimum au maximum (indice de vide passant de 0,63 à 0,52), la largeur de la bande passante n'augmente que très peu.

L'expérience suivante consistait à utiliser des billes plus légères, en polystyrène, immergées dans de l'alcool. Nous représentons ci-après, sur la même figure (fig. 28), les résultats obtenus par le calcul et par l'expérience, pour des billes en verre et des billes en polystyrène immergées dans de l'alcool éthylique, à la fréquence de 0,5 MHz.

Nous constatons cette fois-ci une différence fondamentale entre les résultats théoriques et les résultats expérimentaux : le calcul montre que la bande passante est plus large lorsque les billes sont en polystyrène, tandis que nous trouvons l'inverse par l'expérience. Nous ne pouvons encore expliquer ce phénomène actuellement. On peut se demander si cette différence ne provient pas de l'incertitude où nous sommes sur la valeur réelle de la célérité à travers le polystyrène : elle peut être supérieure à 1600 m/s, valeur que nous avons adoptée.

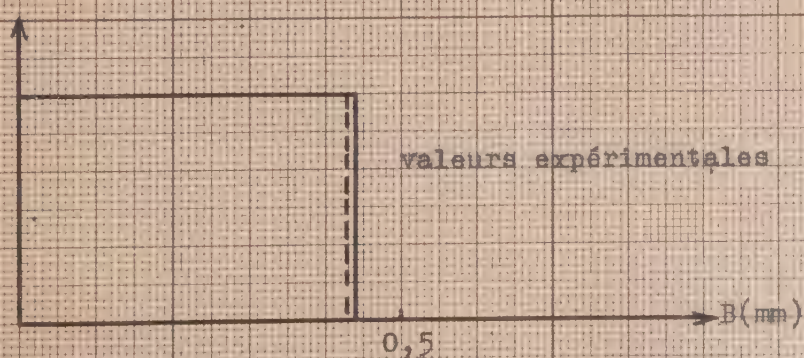
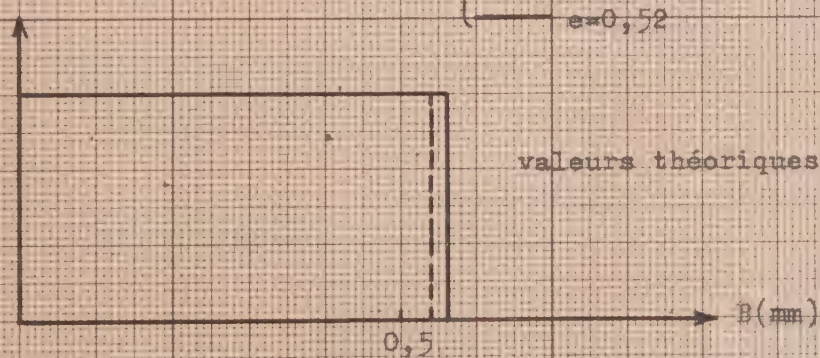
Fig. 27



- Influence du tassement des billes -

- Billes en verre - Eau distillée -

$\left\{ \begin{array}{l} e=0,63 \\ e=0,52 \end{array} \right.$



Un calcul effectué en prenant une valeur plus élevée (2700 m/s) nous montre que la bande passante théorique augmente encore : elle serait alors de 1,4mm. En examinant les billes de plus près, nous avons pu remarquer l'existence, à l'intérieur même de chaque grain, d'une quantité importante de petites bulles d'air : peut-être ce phénomène contribue-t-il à donner au polystyrène ainsi utilisé une valeur de la célérité beaucoup plus faible que 1600 m/s, ce qui nous conduirait à une diminution de la bande passante. Mais cela ne reste qu'une hypothèse.

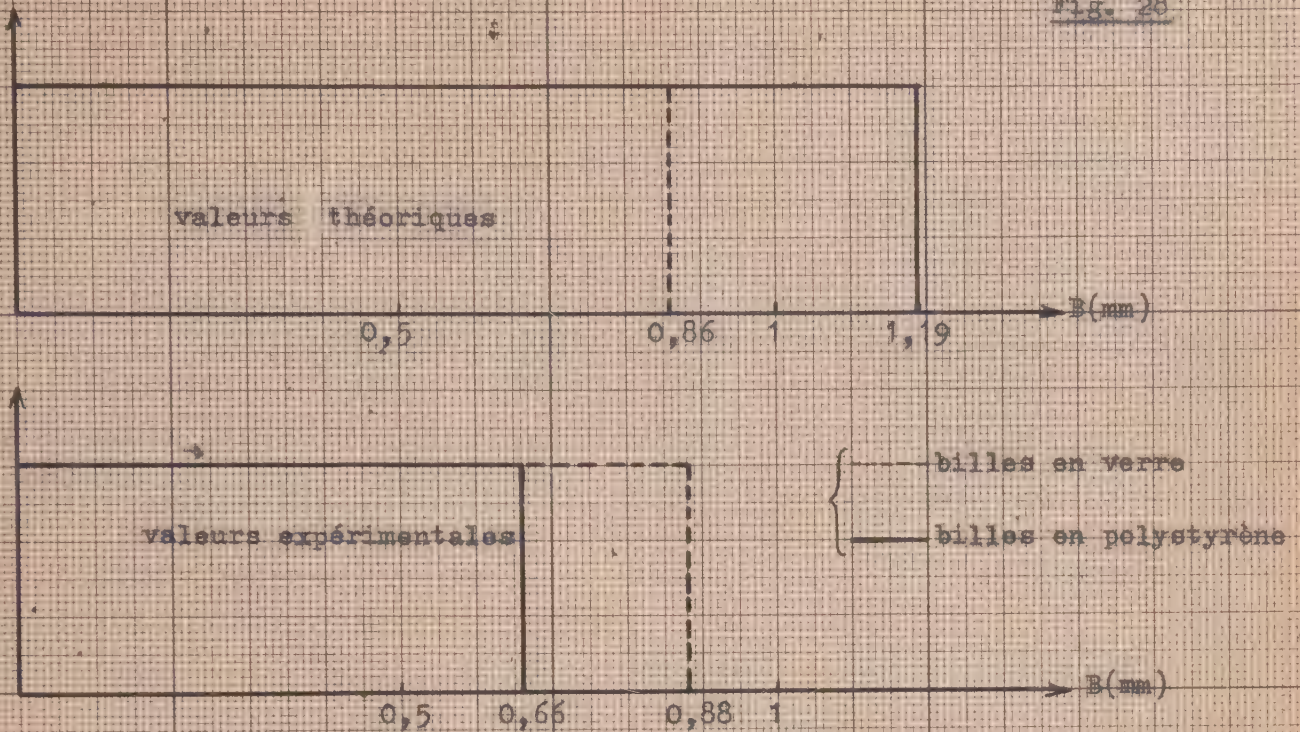
Enfin, nous avons repris l'étude théorique en fonction de la masse spécifique du liquide de base, en utilisant le pentane et le tétrachlorure de carbone, dans lesquels nous avons immergé des billes en verre. Nous représentons sur la figure 29 les résultats obtenus par l'expérience et par le calcul. Nous constatons, une fois encore, que les valeurs des bandes passantes calculées sont plus élevées que celles observées. Mais ce qui est important, c'est que nous vérifions par le calcul que la variation de la bande passante, du pentane au tétrachlorure, est exactement aussi grande que celle que nous avons trouvée expérimentalement.

La confrontation de nos résultats expérimentaux avec la théorie du milieu feuilleté indéfini nous amène donc aux remarques générales suivantes :

- Le calcul donne toujours des valeurs de la bande passante plus élevées que l'expérience.

- Excepté le cas des billes en polystyrène, qui présente une anomalie importante, la théorie permet de vérifier que l'influence des différents paramètres que nous avons étudiés, sur la propagation des ultrasons dans un matériau à structure granulaire, va dans le même sens que ce que nous avons constaté expérimentalement.

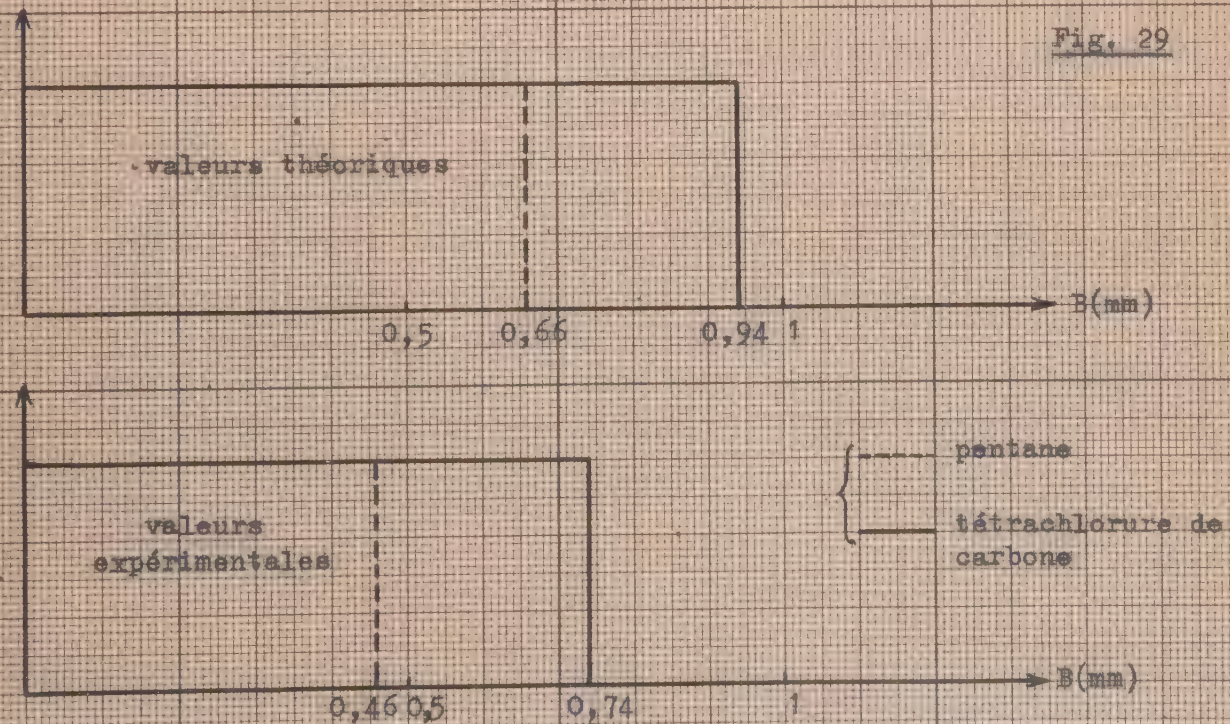
Fig. 28



Influence de la densité des billes - Alcool pur - 0,5 MHz.

Influence de la densité du liquide - Billes en verre - 0,5 MHz.

Fig. 29



En conclusion on peut dire qu'aucune de ces méthodes d'assimilation que nous avons adoptées successivement, celle de KITTEL et celle des milieux feuilletés, ne s'applique exactement à la réalité.

La première méthode a l'avantage de respecter la structure granulaire : elle conserve l'existence des billes en verre, mais elle les écarte beaucoup trop l'une de l'autre par l'introduction de billes liquides, qui n'ont d'ailleurs qu'une réalité physique tout à fait douteuse. De plus, le raisonnement de KITTEL concernant le cas précis des atomes n'est pas rigoureux non plus puisque tout en considérant une file formée de deux sortes d'atomes, de caractéristiques par conséquent différentes, il suppose que le coefficient d'élasticité χ est le même : cela revient à admettre une élasticité moyenne pour le milieu composé.

Inversement, la méthode des milieux feuilletés a l'avantage de tenir compte des caractéristiques physiques des matériaux constituant le milieu complexe, et de pouvoir faire jouer ces différents paramètres, mais elle "aplatit" les grains solides et transforme complètement la structure.

Compte tenu de ces remarques, on ne peut trop s'étonner que la valeur réelle de la bande passante soit comprise entre les valeurs que nous fournissent ces deux méthodes. Pour mémoire, nous rassemblons les résultats obtenus à 0,5 MHz (tableau 30) pour des billes de verre dans des mélanges alcool-glycérol, en donnant successivement les valeurs obtenues par le calcul avec la représentation de KITTEL pour la limite de la bande passante et notées sous la référence $B_{1\text{calc.}}$, les valeurs obtenues par l'expérience $B_{\text{exp.}}$, et les valeurs obtenues par la méthode des milieux feuilletés, $B_{2\text{calc.}}$. Comme toujours, nous caractérisons les mélanges alcool-glycérol par leur célérité propre.

C_1 (m/s)	1225	1300	1400	1500	1600	1700
$B_{1calc.}$	0,73	0,78	0,85	0,92	1,01	1,09
$B_{exp.}$	0,88	0,91	0,96	1,01	1,06	1,11
$B_{2calc.}$	0,86	0,93	1,04	1,16	1,27	1,37

-Fig. 30-

L'examen des résultats tendrait à montrer que le modèle "réel" de structure est un modèle intermédiaire entre les deux que nous avons proposés, modèle idéal qui tiendrait compte des caractéristiques des deux constituants du milieu à structure granulaire, tout en respectant effectivement cette structure.

V-2. Etude de la célérité.

V-2-1. Théorie du milieu feuilleté.

Nous venons de voir, à propos de la bande passante, que la condition de transmission d'une onde longitudinale dans un milieu feuilleté indéfini, si l'on suppose l'absorption nulle, se traduit par l'équation (4) :

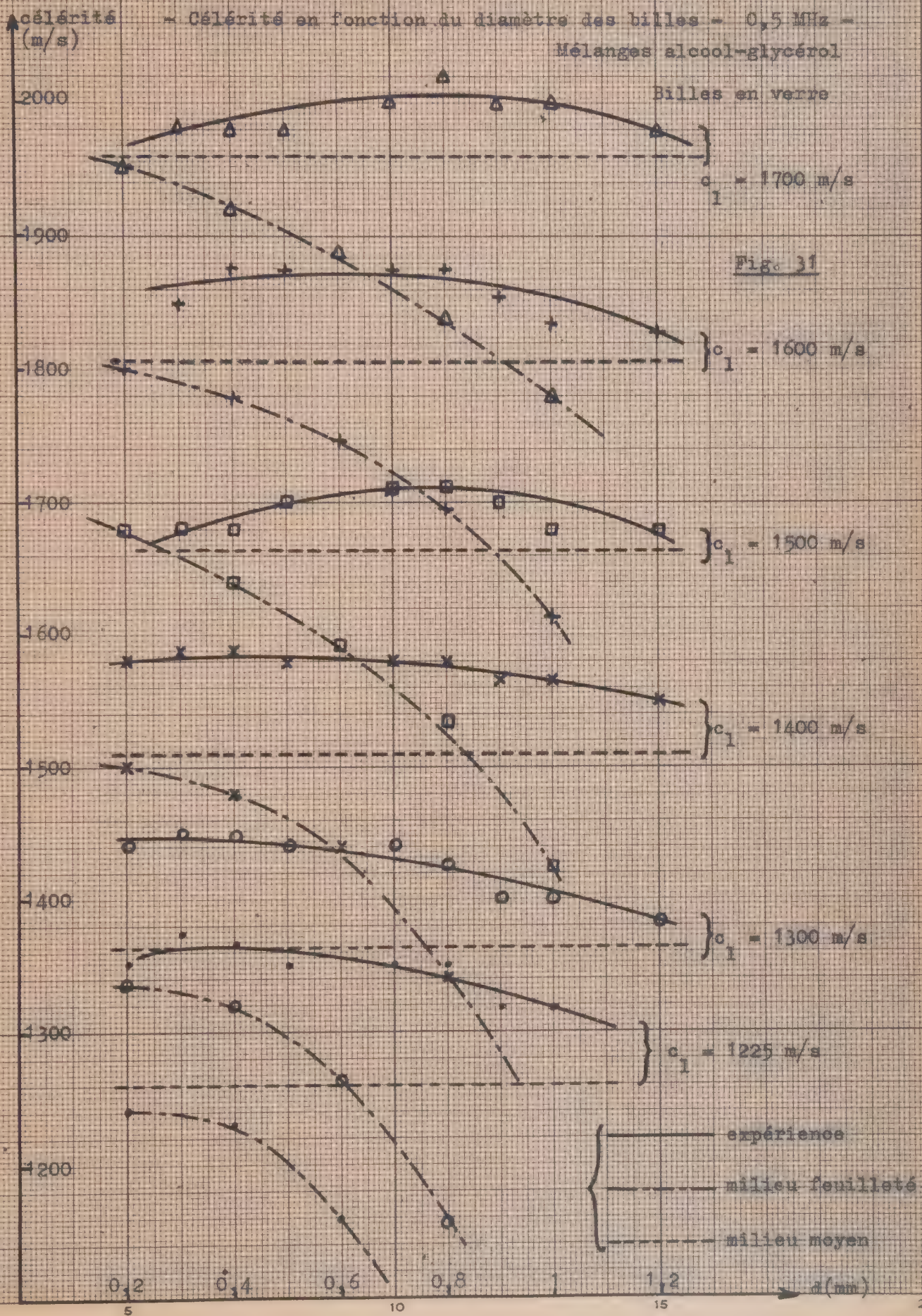
$$\cos \beta L = \frac{(Z_1 + Z_2)^2}{4 Z_1 Z_2} \cos(\beta_1 l_1 + \beta_2 l_2) - \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{4 Z_1 Z_2} \cos(\beta_1 l_1 - \beta_2 l_2)$$

La célérité C de l'onde à travers ce milieu feuilleté apparaît dans le terme β puisque nous avons : $\beta = 2\pi F/C$.

D'autre part, comme nous l'avons dit, la longueur L , correspondant à la somme $(l_1 + l_2)$ est égale au diamètre d'une bille, soit d . Connaissant les caractéristiques de chacun des deux constituants du milieu, solide et liquide, nous pouvons calculer la variation de la célérité à travers l'ensemble en fonction du diamètre d des billes. C'est ce calcul que nous avons effectué pour les différents cas que nous avons étudiés expérimentalement.

Tout d'abord, nous avons commencé par étudier le cas des billes en verre immergées dans les différents mélanges alcool-glycérol, à la fréquence de 0,5 MHz : nous représentons sur la même figure (fig.31) les courbes donnant C en fonction de d obtenues d'une part par l'expérience et d'autre part par la théorie. Une première constatation s'impose : les courbes obtenues par le calcul sont fortement décroissantes, et toutes situées en-dessous des courbes expérimentales. Signalons au passage que nous ne pouvons tracer les courbes théoriques, évidemment, qu'à l'intérieur de la bande passante.

Nous notons aussi que, pour les billes de faible diamètre, la valeur théorique de la célérité est assez voisine de celle que nous avons obtenue par l'expérience; mais dès que le diamètre des billes augmente, et que nous nous rapprochons de la limite de la bande passante, la célérité calculée décroît beaucoup plus rapidement que la célérité mesurée. On peut attribuer cette différence au fait que, dans le calcul, il n'est pas tenu compte des interactions entre particules : ce phénomène a déjà été signalé par plusieurs auteurs, I. MALECKI et Z. KOZLOWSKI (10), BARRON et LAWLEY (1). On sait en effet que la propagation d'une onde ultrasonore est essentiellement différente selon que les particules sont en suspension ou jointives, cette remarque étant d'ailleurs valable pour l'atténuation comme pour la célérité.

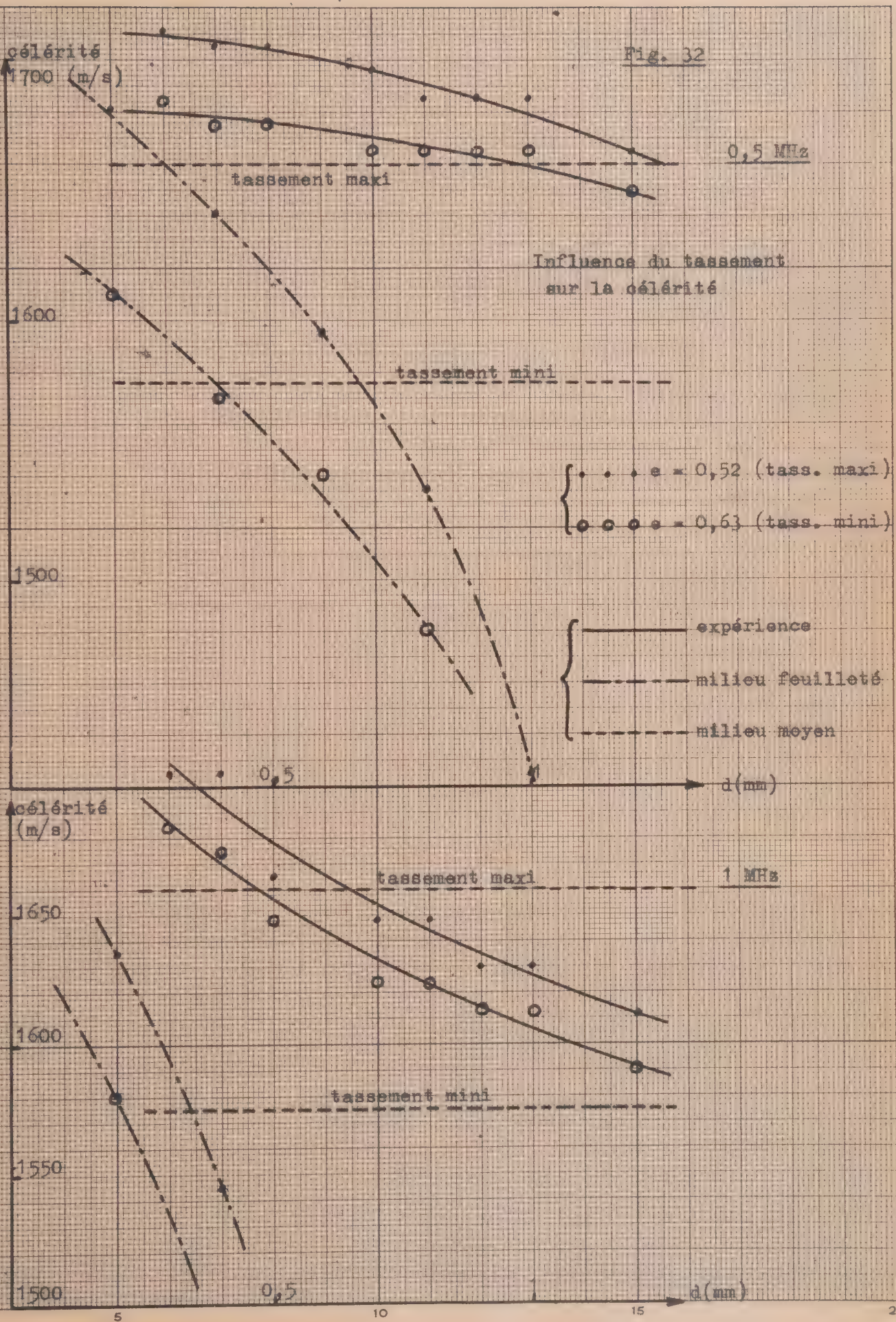


Nous avons ensuite examiné l'influence du tassement sur la célérité : le calcul nous montre que la célérité varie bien de la même façon que nous l'avons observé (fig. 32) ; la célérité augmente avec le tassement.

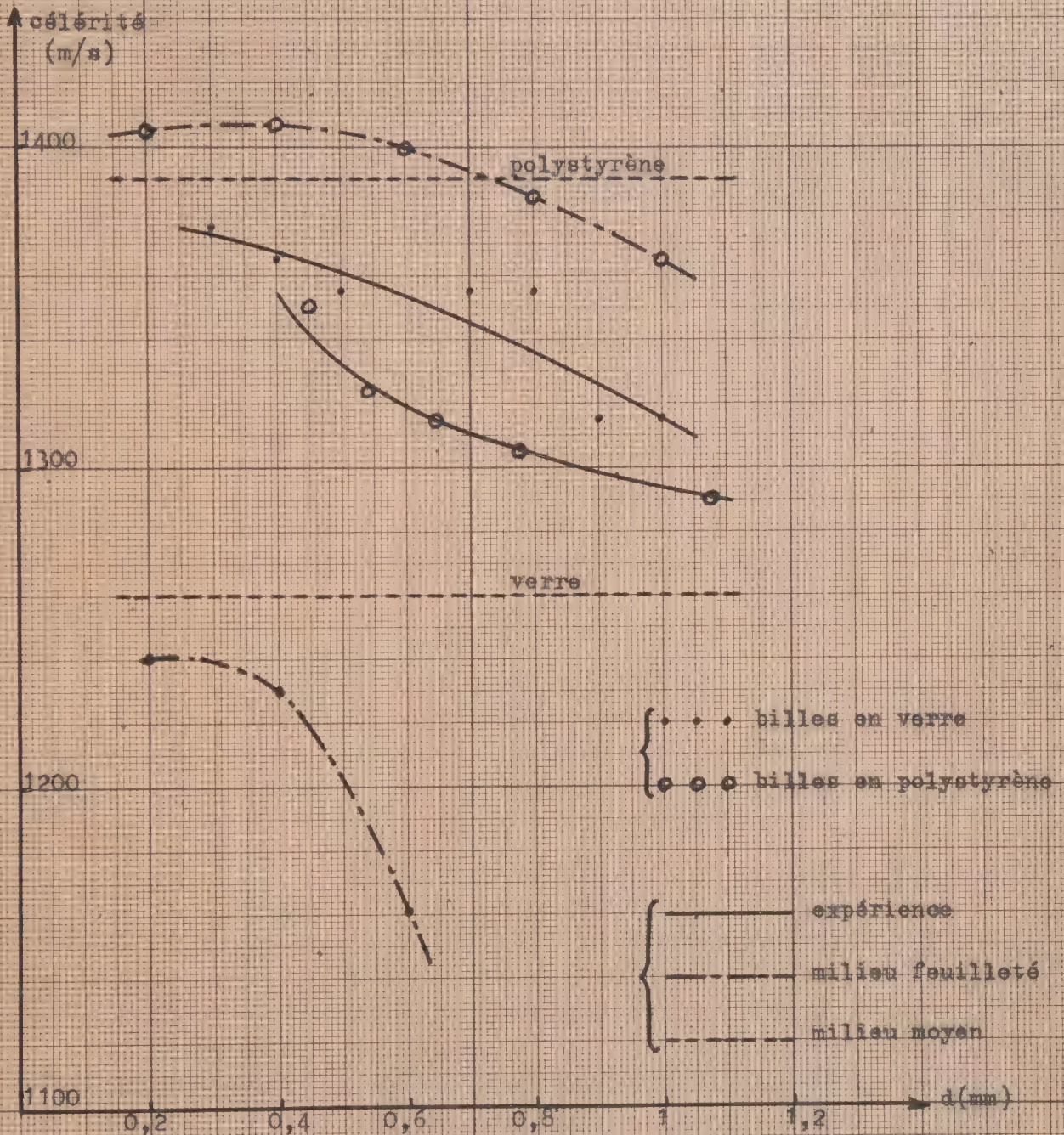
Puis nous avons repris par le calcul le cas des billes en verre et des billes en polystyrène plongées dans de l'alcool, à 0,5MHz (fig. 33). Nous retrouvons la même anomalie que pour la valeur des bandes passantes : alors que l'expérience nous montre que la célérité à travers les échantillons de billes en polystyrène est plus faible qu'à travers les échantillons de billes en verre, le calcul nous conduit à un résultat exactement inverse.

Enfin, nous avons calculé les courbes de célérité pour les liquides de masse spécifique variable, le pentane et le tétrachlorure de carbone. Ces résultats, représentés sur la figure 34, nous montrent que le calcul nous permet de retrouver le phénomène observé expérimentalement : bien que la célérité dans le tétrachlorure seul soit plus faible que dans le pentane seul, la célérité dans les échantillons billes en verre-tétrachlorure est plus élevée que celle dans les échantillons billes en verre-pentane ; cela nous amène donc à vérifier que la célérité à travers un milieu granulaire augmente avec la masse spécifique du liquide interstitiel.

Fig. 32

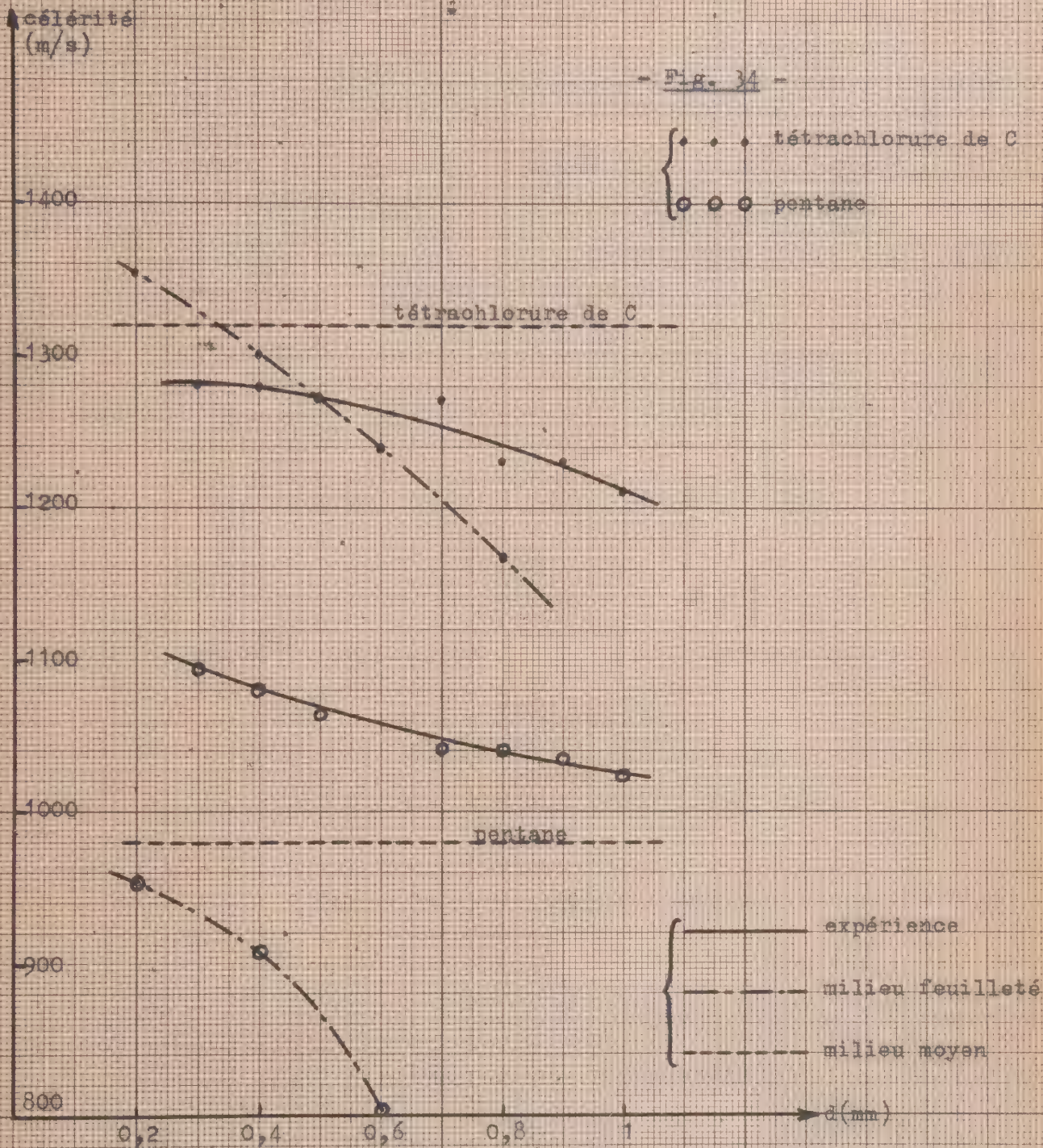


- Fig. 33 -



- Influence de la densité des billes sur la célérité -

- 0,5 MHz - Alcool pur -



- Influence de la densité du liquide sur la célérité -

0,5 MHz - Billes en verre -

V-2-2. Assimilation de la structure granulaire à un milieu de densité et d'élasticité moyennes.

Une autre méthode de raisonnement - très approximative elle aussi - est signalée par plusieurs auteurs, et notamment par I. MALECKI et Z. KOZLOWSKI (10) : elle consiste à assimiler la structure hétérogène à un milieu de caractéristiques moyennes.

Si nous appelons ρ_1 la masse spécifique des billes, C_1 la célérité dans le matériau dont elles sont constituées, et ρ_2, C_2 les caractéristiques correspondantes du liquide interstitiel :

L'hypothèse de variation linéaire de $\frac{1}{E}$ avec x :

$$\frac{1}{E} = \frac{x}{E_1} + \frac{1-x}{E_2}$$

conduit à la relation :

$$\frac{1}{\rho \cdot c^2} = \frac{x}{\rho_1 \cdot C_1^2} + \frac{1-x}{\rho_2 \cdot C_2^2}$$

où x est la proportion de solide par rapport au volume total. Nous savons d'autre part que :

$$\rho = x \cdot \rho_1 + (1-x) \cdot \rho_2$$

Nous avons essayé d'appliquer cette méthode aux différents cas que nous avons étudiés précédemment. La célérité étant, par cette méthode, absolument indépendante de la dimension des billes et de la fréquence, nous obtenons, dans tous les cas, des droites horizontales. Nous reproduisons ces droites sur les figures 31, 32, 33 et 34 déjà citées.

L'observation de ces résultats nous permet de constater que, dans tous les cas, les courbes calculées sont assez voisines des courbes expérimentales (la différence est de l'ordre de 5 à 10%), la concordance étant meilleure pour les billes fines. Sauf pour l'étude avec

le milieu billes en polystyrène-alcool d'une part, et le milieu billes de verre-tétrachlorure de carbone d'autre part, les courbes calculées sont toutes situées en-dessous des courbes expérimentales. Enfin, toujours excepté le cas des billes en polystyrène, nous retrouvons les mêmes résultats que ceux fournis par l'expérience, en ce qui concerne l'influence des différents paramètres.

Plusieurs remarques s'imposent au sujet de cette méthode : d'abord, elle semble correspondre assez bien à la réalité physique des phénomènes, mais dans son ensemble. Cependant, elle ne tient absolument pas compte de l'effet de diffraction qui se produit sur les billes, et qui change en particulier la célérité. Il est probable qu'en introduisant l'influence de l'interaction entre particules, la célérité se rapprocherait plus de la valeur expérimentale. MALECKI et KOZLOWSKI (10) ont étudié théoriquement ce problème, mais dans le cas de faibles concentrations de particules ce qui diminue l'effet des réflexions multiples sur les grains. Ils proposent d'adapter un coefficient de correction à la valeur de la célérité obtenue par la méthode précédente, et ils parviennent ainsi à la nouvelle relation :

$$c'^2 = c^2 \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha_j \cdot c}{\omega}\right) + j \frac{\alpha_r \cdot c}{\omega}}$$

où $\left\{ \begin{array}{l} C \text{ est la célérité obtenue précédemment} \\ \omega = 2\pi F \\ \alpha_j \text{ et } \alpha_r \text{ sont les parties imaginaire et réelle d'un coefficient} \end{array} \right.$

d'absorption tenant compte de la diffraction sur les particules. Les auteurs ont montré que les résultats ainsi obtenus correspondaient assez bien à l'expérience.

En conclusion, si nous comparons les résultats obtenus par l'expérience et ceux fournis par les calculs théoriques, nous pouvons dire que :

- La concordance des résultats est assez satisfaisante lorsque les billes sont fines.

- Les résultats expérimentaux donnent des valeurs de célérité plus élevées que celles que nous obtenons par le calcul, en raison du phénomène de diffraction sur les particules.

o

o

o

C O N C L U S I O N

En règle générale, en ce qui concerne la propagation d'une onde ultrasonore dans un milieu à structure granulaire composé de microbilles immergées dans des liquides, nous pouvons dire qu'elle dépend, dans une très large mesure, des caractéristiques propres de chacun des matériaux constituant le milieu: diamètre et densité des grains, célérité et densité du liquide, qualité du tassement. Toutefois, les paramètres déterminants semblent être la longueur d'onde λ dans le milieu à structure granulaire- qui est elle-même fortement dépendante de la célérité propre au liquide interstitiel- et la dimension moyenne d des grains. En effet, notre étude nous a permis d'établir, pour les différents cas que nous avons examinés, que le rapport (λ/d) doit être supérieur à une certaine limite, au-dessous de laquelle l'atténuation produite par le milieu devient considérable, ce qui revient à dire que le milieu complexe étudié se comporte comme un filtre passe-bas. Nos différentes expériences ont constamment montré que cette valeur limite était comprise entre 3 et 4 :

$$3 < \left(\frac{\lambda}{d} \right)_{\text{lim.}} < 4$$

On peut se demander, en premier lieu, si cette valeur limite du rapport (λ/d) reste valable lorsque la valeur des paramètres se situe au-delà de la gamme que nous avons étudiée. Il serait donc intéressant, au cours de recherches ultérieures, d'entreprendre cette vérification, en cherchant à utiliser, notamment, des billes de nature différente et de caractéristiques cependant bien déterminées.

Par ailleurs, dans tous les essais que nous avons effectués, les billes étaient jointives : il serait intéressant également, de ce point de vue, d'examiner le cas où les billes seraient en suspension,

selon des concentrations différentes, afin d'étudier l'influence des interactions entre grains sur la propagation de l'onde. Ce type d'essai serait sans doute possible en utilisant des billes et un liquide de même masse spécifique, et en faisant varier la dimension des billes et leur concentration.

Enfin, dans le désir de se rapprocher de la structure réelle des métaux, on pourrait espérer obtenir quelques précisions intéressantes en utilisant un milieu interstitiel solide comme, par exemple, des résines thermo-durcissables.

o o

o

B I B L I O G R A P H I E

- (1). K. BARRON et L.E. LAWLEY. Proc. Phys. Soc. G.B.
1958 - 72 - 6- 933-939
- (2). A. CAQUOT et J. KERISEL. Traité de Mécanique des Sols, Paris,
Gauthier-Villars. 1956. p. 30.
- (3). E.DE KERVERSEAU, J. BLETON, P. BASTIEN. Rev. Métallurg. Fr.
1950 - 47 - 6 - 421-446.
- (4). P. FLEURY et J.P. MATHIEU. Vibrations mécaniques. Acoustique.
Paris, Eyrolles. 1955 - 146-148.
- (5). Melle M.L. GAULARD. Thèse Nancy 1961.
Annales de Physique. 427-468.
- (6). Melle M.L. GAULARD et J.C. LOEWENSTEIN. C.R. Acad. Sc. Fr.
1963 - 256 - 1685-1687.
- (7). G.J. GRUBER et R. MEISTER. J. acoust. Soc. Amer.
1961 - 33 - 6 - 733-740.
- (8). A.N. HUNTER, R. LEGGE, E. MATSUKAWA, Acustica, Suisse.
1961 - II - I - 26-31.
- (9). C. KITTEL. Introduction to solid State Physics, New-York,
J.Wiley. 1953 - 61-66.
- (10). I. MALECKI et Z. KOZLOWSKI. Propagation des ébranlements dans
les milieux hétérogènes, Marseille 1961.
C.N.R.S. 1962 - 24,5x16 - 223-230.
- (11). W.P. MASON et H.J. MAC SKIMIN. J. appl. Phys. 1948 - 19- 940.
- (12). A. NAKAMURA. Mem. Inst. Sci. industr. Res. Osaka Univ.
1959 - 16 - I-15.
- (13). E.G. RICHARDSON. Ultrasonic Physics, London, Elsevier
publishing company. 1952. p. 178.
- (14). R.K. RONEY. Thèse Inst.Technol.Californie. IRSID - 1960.
- (15). W. ROTH. J.Appl.Phys. 1948 - 19 - 904.
- (16). C.J.T. SEWELL. Phil.Trans.Roy.Soc. 1910 - A - 210 - 239.
- (17). A.E.R. WESTMANN et H.R. HUGILL. Journal of American Ceramic
Society. 1930 - Vol.13 - 10 - 767-779.
- (18). J.C. LOEWENSTEIN et Melle M.L. GAULARD . C.R. Acad. Sci. Paris.
1964 - t.259 - 1387-1389.

T A B L E D E S M A T I E R E S

Introduction.

Travaux antérieurs.

Chap. I. Principe des mesures et dispositif expérimental.

I-1. Principe des mesures.

I-2. Dispositif expérimental.

Chap. II. Etude des différents paramètres.

II-1. Paramètres liés aux billes : diamètre et masse spécifique.

II-1-1. Billes en verre.

II-1-2. Billes en polystyrène.

II-2. Paramètres liés aux liquides.

II-2-1. Etude de la célérité des mélanges liquides.

II-2-1-1. Valeur théorique de la célérité.

II-2-1-2. Valeur expérimentale de la célérité.

II-2-2. Etude de l'absorption ultrasonore des mélanges.

II-2-3. Masse spécifique.

Chap. III. Etude expérimentale des mélanges billes-liquides.

III-1. Etude de l'absorption.

III-1-1. Précautions à prendre au cours de ces mesures.

III-1-2. Résultats d'absorption pour les mélanges billes
de verre-eau distillée à 0,5 MHz.

III-1-3. Résultats généraux d'absorption à 0,5 MHz.

III-1-4. Résultats généraux d'absorption à 1 MHz.

III-2. Etude de la célérité.

III-2-1. Résultats des mesures de célérité à 0,5 MHz.

III-2-2. Résultats des mesures de célérité à 1 MHz.

III-3. Conclusions.

Chap. IV. Influence de nouveaux paramètres sur la transmission dans les mélanges billes-liquides.

IV-1. Influence du tassement des billes.

IV-2. Influence de la masse spécifique des billes.

IV-3. Influence de la masse spécifique du liquide.

Chap. V. Considérations théoriques. Comparaison avec les résultats expérimentaux.

V-1. Considérations théoriques concernant la bande passante.

V-1-1. Transmission d'une onde mécanique par une suite linéaire de particules.

V-1-2. Théorie du milieu feuilleté.

V-2. Considérations théoriques au sujet de la célérité.

V-2-1. Théorie du milieu feuilleté.

V-2-2. Assimilation de la structure granulaire à un milieu de densité et d'élasticité moyennes.

Conclusion.

o o

o

